DAY — **09** SEAT NUMBER | | | | | | | |

2026	II	21	1100	**J-168**	(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (40)
(ARTS & SCIENCE)

Time : 3 Hrs. **(8 Pages)** **Max. Marks : 80**

सामान्य सूचनाएँ :

प्रश्न पत्र को ***चार*** *विभागों में विभाजित किया गया है।*

(१) ***विभाग अ :*** *प्रश्न क्रमांक* ***१*** *में* ***आठ*** *बहुविकल्पीय प्रकार के उपप्रश्न हैं। प्रत्येक को* ***दो*** *अंक दिए गए हैं।*

प्रश्न क्रमांक ***२*** *में* ***चार*** *अतिलघुत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक को* ***एक*** *अंक दिया गया है।*

(२) ***विभाग ब :*** *प्रश्न क्रमांक* ***३*** *से प्रश्न क्रमांक* ***१४*** *तक* ***बारह*** *लघुत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को* ***दो*** *अंक दिए गए हैं। (किन्हीं* ***आठ*** *प्रश्नों को हल करना है।)*

(३) ***विभाग क :*** *प्रश्न क्रमांक* ***१५*** *से प्रश्न क्रमांक* ***२६*** *तक* ***बारह*** *लघुत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को* ***तीन*** *अंक दिए गए हैं। (किन्हीं* ***आठ*** *प्रश्नों को हल करना है।)*

(४) ***विभाग ड :*** *प्रश्न क्रमांक* ***२७*** *से प्रश्न क्रमांक* ***३४*** *तक* ***आठ*** *दीर्घउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को* ***चार*** *अंक दिए गए हैं। (किन्हीं* ***पाँच*** *प्रश्नों को हल करना है।)*

(५) *लॉग सारिणी का उपयोग किया जा सकता है। परिगणक (calculator) का उपयोग नहीं किया जा सकता।*

(६) *दाहिनी ओर दिए गए अंक प्रश्नों के पूर्णांक हैं।*

(७) आलेख पत्र (Graph paper) के उपयोग की आवश्यकता नहीं है। सिर्फ़ कच्ची आलेख आकृति अपेक्षित है।

(८) बहुविकल्पीय प्रश्नों के लिए केवल प्रथम प्रयास का ही मूल्यमापन किया जाएगा।

(९) प्रत्येक नए विभाग के प्रश्नों का उत्तर नए पन्नों से प्रारंभ कीजिए।

विभाग - अ

प्र. १. प्रत्येक उपप्रश्न के लिए दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनकर प्रश्न का उत्तर लिखिए : **[१६]**

(i) $\sim p \to q$ के वैषम्य (contrapositive) का विलोम (converse) ——— है।

(a) $q \to p$ (b) $\sim q \to p$

(c) $p \to \sim q$ (d) $\sim q \to \sim p$ (२)

(ii) यदि आव्यूह (matrix) $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ तो आव्यूह A का सहखंडज (adjoint) ——— होगा।

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (२)

(iii) यदि $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ तो $x =$ ———

(a) -1 (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$ (२)

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(iv) रेखा $\bar{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ एवं समतल $\bar{r}\cdot(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})=8$ के बीच कोण (angle) ——— है।

(a) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

(b) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

(d) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (२)

(v) यदि $y=\sec(\tan^{-1}x)$ तो $\frac{dy}{dx}$; $x=1$ पर ——— होगा।

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{2}$ (२)

(vi) $x=1.99$ पर फलन $f(x)=x^3-3x+5$ का सन्निकट मान (approximate value) ——— होगा।

(a) 6.09 (b) 6.91

(c) 7.09 (d) 7.91 (२)

(vii) $\int_1^2 \frac{1}{x^2}\cdot e^{\frac{1}{x}}dx =$ = ———।

(a) $\sqrt{e}+1$ (b) $\sqrt{e}-1$

(c) $\sqrt{e}(\sqrt{e}-1)$ (d) $\frac{\sqrt{e}-1}{e}$ (२)

(viii) यदि सतत् यादृच्छिक चर (continuous r.v.) X का प्रायिकता घनत्व फलन (p.d.f.)

$f(x)=\frac{x+2}{18}$, $-2<x<4$ के लिए

$= 0$, अन्यथा

तो $P(|X|<1)=$ ———

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{2}{9}$

(c) $\frac{1}{27}$ (d) $\frac{2}{27}$ (२)

प्र. २. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए : **[४]**

(i) निम्नलिखित का द्वैत (dual) लिखिए : $(p\vee q)\vee r\equiv p\vee(q\vee r)$ (१)

(ii) मान ज्ञात कीजिए : $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (१)

(iii) मान ज्ञात कीजिए : $\int\frac{2x}{1+x^2}dx$ (१)

(iv) अवकल समीकरण $(y''')^2+3(y'')^3+3xy'+5y=0$ की घात (degree) लिखिए। (१)

विभाग - ब

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं <u>आठ</u> प्रश्नों को हल कीजिए : **[१६]**

प्र. ३. कथन नमूना (statement pattern) $(\sim p\wedge q)\vee(p\wedge\sim r)$ का स्विचिंग परिपथ (switching circuit) तैयार कीजिए। (२)

प्र. ४. ΔABC में, सिद्ध कीजिए : $a(b\cos C-c\cos B)=b^2-c^2$ (२)

प्र. ५. $4\cos^2\theta=3$ का व्यापक हल (general solution) ज्ञात कीजिए। (२)

SEAT NUMBER | | | | | | | |

प्र. ६. यदि समीकरण $x^2+kxy-3y^2=0$ के द्‌वारा निरूपित रेखाओं की प्रवणताओं (slopes) का योग उनके गुणनफल (product) का दो गुना है तो k का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ७. यदि सदिश $\bar{a}=3\hat{i}+2\hat{j}+9\hat{k}$ एवं सदिश $\bar{b}=\hat{i}+p\hat{j}+3\hat{k}$ परस्पर एक दूसरे के लंबवत् हैं तो p का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ८. बिंदुओं $A(1,2,3)$ एवं $B(2,3,4)$ से होकर जाने वाली रेखा (line) का सदिश समीकरण (vector equation) ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ९. यदि $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. १०. यदि $y=x^3+7x^2-2x-9$ तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ११. परीक्षण कीजिए कि क्या फलन $f(x)=x^3+6x^2+12x-7$; सभी $x\in R$ के लिए वर्धमान फलन (increasing function) हैं या ह्रासमान फलन (decreasing function) हैं? (२)

प्र. १२. एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है एवं तरंगें वृत्तों के रूप में निरूपित होती हैं। वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 3 cm/sec की दर से बढ़ती (increases) है। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या (radius) 8 cm होगी, उस क्षण, घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेज़ी से (किस दर से) बढ़ रहा होगा? (२)

प्र. १३. मान ज्ञात कीजिए : $\int\sqrt{1+\sin 2x}\cdot dx$ (२)

प्र. १४. दिया है $X\sim B(n,p)$, यदि $n=10, E(X)=8$ तो $\mathrm{Var}(X)$ ज्ञात कीजिए। (२)

विभाग - क

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं <u>आठ</u> प्रश्नों को हल कीजिए : **[२४]**

प्र. १५. $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$, यह कथन नमूना पुनरूक्ति (tautology), विरुद्धभाव (contradiction) या संभावना (contingency) है? परीक्षण कीजिए। (३)

प्र. १६. ΔABC में, यदि $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$ तो इसकी भुजाओं (sides) का अनुपात ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. १७. यदि त्रिभुज के दो शीर्ष (vertices) $A(3,1,4)$ एवं $B(-4,5,-3)$ हैं एवं $G(-1,2,1)$ त्रिभुज का केंद्रक (centroid) है तो त्रिभुज के तीसरे शीर्ष C का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. १८. यदि ΔABC की भुजाओं BC, CA, AB के मध्य बिंदु D, E, F क्रमशः हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{0}$ (३)

प्र. १९. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\bar{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ एवं $\bar{r} = (4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ एक दूसरे को परस्पर काटती (intersect) हैं। (३)

प्र. २०. समतल (plane) $\bar{r} = (\hat{i} - \hat{j}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$ का कार्तीय समीकरण (cartesian equation) ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. २१. यदि $y = f(u)$, u का अवकलनीय फलन (differentiable function) है तथा $u = g(x)$, x का अवकलनीय फलन है तो सिद्ध कीजिए कि y, x का अवकलनीय फलन है एवं $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ (३)

प्र. २२. फलन $f(x) = \log x,$; [1, e] पर, LMVT को सत्यापित (या परीक्षण) कीजिए। (३)

प्र. २३. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin x}{\sin 3x} dx$ (३)

SEAT NUMBER | | | | | | | |

प्र. २४. अवकल समीकरण (differential equation) $3e^x \tan y\,dx + (1+e^x)$ $\sec^2 y\ dy = 0$ का हल ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. २५. $E(X)$ और $V(X)$ के मान ज्ञात कीजिए, जहाँ X, एक निष्पक्ष पासे (fair die) को उछालने से ऊपरी सतह/पटल (uppermost face) पर प्राप्त संख्या है। (३)

प्र. २६. पासों के एक जोड़े को 4 बार उछाला जाता है। यदि 'पासों पर प्राप्त अंकों का द्विक (doublet) होना' एक सफलता मानी जाती है, तो 2 सफलताओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (३)

विभाग - ड

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं <u>पाँच</u> प्रश्नों को हल कीजिए : **[२०]**

प्र. २७. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $A \cdot (\text{adj } A) = (\text{adj } A) \cdot A = |A| \cdot I$ (४)

प्र. २८. यदि $h^2 - ab \geq 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि x तथा y का द्विघातीय समांगी समीकरण (homogeneous equation of degree two) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$, मूल (origin) बिंदु से गुजरने वाली रेखाओं की जोड़ी को निरूपित करता है। (४)

प्र. २९. यदि $A(\bar{a})$ और $B(\bar{b})$ अंतरिक्ष (space) में दो बिंदु हैं तथा $R(\bar{r})$ जो कि रेखाखंड AB को आंतरिक (internally) रूप से $m : n$ के अनुपात में विभाजित करता है तो सिद्ध कीजिए : $\bar{r} = \dfrac{m\bar{b} + n\bar{a}}{m+n}$ (४)

प्र. ३०. निम्नलिखित रेखा योजना समस्या (L.P.P.) को आलेख (graphically) पद्धति से हल कीजिए :

न्यूनतम कीजिए : $z = 5x + 2y,$

शर्तें : $5x + y \geq 10,$

$x + y \geq 6,$

$x \geq 0, y \geq 0$ (४)

प्र. ३१. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{3x^2+4x-5}{(x^2-1)(x+2)} \cdot dx$ (४)

प्र. ३२. सिद्ध कीजिए : $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x) \cdot dx$

अत: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (४)

प्र. ३३. प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में सम्मिलित वृत्त $x^2+y^2=1$ एवं रेखा $x+y=1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (area) ज्ञात कीजिए। (४)

प्र. ३४. अवकल समीकरण (differential equation) $x^2 \cdot \frac{dy}{dx} = x^2+xy+y^2$ का हल ज्ञात कीजिए। (४)

◆◆◆