DAY — 09 SEAT NUMBER | | | | | | | |

2026	II	21	1100	J-171	(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(15 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना : *(१) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।*

(२) यहाँ ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।

(३) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।

(४) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।

(५) रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) और समय शृंखला (Time series) प्रश्नों के लिए कच्ची आकृति अपेक्षित है, आलेख पत्र आवश्यक नहीं है।

(६) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।

(७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न (प्रश्न १ और प्रश्न-४) के लिए केवल पहले प्रयास का ही गुणदान किया जाएगा।

विभाग - १

प्र. १. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : **[१२]** (६)

(i) यदि $y=\sqrt[3]{a^2+x^2}$ तब $\frac{dy}{dx}$ = ———

(अ) $\frac{2}{3}x(a^2+x^2)^{\frac{-2}{3}}$

(ब) $\frac{2}{3}x(a^2+x^2)^{\frac{2}{3}}$

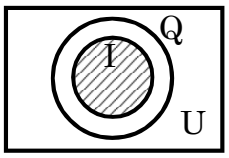
(क) $\frac{2}{3}(a^2+x^2)^{\frac{-2}{3}}$

(ड) $\frac{2}{3}(a^2+x^2)^{\frac{2}{3}}$

(ii) यदि $y=\log\left(\frac{e^x}{x^2}\right)$ तब $\frac{dy}{dx}$ = ———

(अ) $\frac{2-x}{x}$ (ब) $\frac{x-2}{x}$

(क) $\frac{e-x}{e^x}$ (ड) $\frac{x-e}{ex}$

(iii) 

U : सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय
Q : सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय
I : सभी पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय
उपरोक्त वेन आकृति, निम्नलिखित में से किस कथन के सत्यता मूल्य को दर्शाती है?

(अ) कुछ पूर्णांक संख्याएँ परिमेय संख्याएँ हैं।
(ब) सभी पूर्णांक संख्याएँ परिमेय संख्याएँ हैं।
(क) कोई भी पूर्णांक संख्या परिमेय संख्या नहीं है।
(ड) सभी परिमेय संख्याएँ पूर्णांक संख्याएँ हैं।

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(iv) (1, 3) पर वक्र $y = 3x^2 - x + 1$ के अभिलंब (normal) का समीकरण ——— है।

(अ) $x - 5y - 16 = 0$ (ब) $x + 5y - 16 = 0$

(क) $x - 5y + 16 = 0$ (ड) $-5y - x - 16 = 0$

(v) $\frac{dy}{dx} = 1$ का हल ——— है।

(अ) $x + y = c$ (ब) $xy = c$

(क) $x^2 + y^2 = c$ (ड) $y - x = c$

(vi) यदि $\int_0^a 3x^2 dx = 8$ तब a = ———

(अ) 2 (ब) 0

(क) $\frac{8}{3}$ (ड) 1

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि $y = 20 + 15x + x^2$ तब $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{15 + 2x}$

(ii) यदि $\int \frac{x}{(1+x)(2+x)} dx = \int \left(\frac{A}{1+x} + \frac{B}{2+x} \right) dx$ तब $A = 1, B = 2.$

(iii) अवकल समीकरण का क्रम और घात सदैव धनात्मक पूर्णांक होते हैं।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) कथन $p \leftrightarrow q$ सत्य है जब p और q के सत्य मान ——— हैं।

(ii) यदि $y = e^{ax}$ तब $x\frac{dy}{dx}$ = ———

(iii) यदि $f(x) = x \cdot \log x$ तब उसका न्यूनतम मूल्य ——— है।

प्र. २. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**
(प्रत्येक ३ अंक): (६)

(i) सत्य तालिका का उपयोग करके जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित कथन समूह (statement pattern) एक पुनरुक्ति (tautology), एक विरोधाभास (contradiction) है या एक आकस्मिकता (contingency) है।
$(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

(ii) यदि $e^x + e^y = e^{(x+y)}$ तब दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = -e^{y-x}$

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{1+x}{x+e^{-x}} dx$

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए
(प्रत्येक ४ अंक): (८)

(i) योजक विधि (adjoint method) द्वारा $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम (inverse) ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि एक व्यक्ति के व्यय (expenditure) E_c के साथ आय (income) x दी गई है : $E_c = 0.0006x^2 + 0.003x$
जब उसकी आय ₹ 200 है तब औसत उपभोग प्रवृत्ति तथा सीमांत उपभोग प्रवृत्ति ज्ञात कीजिए । उसकी सीमांत बचत प्रवृत्ति एवं औसत बचत प्रवृत्ति भी ज्ञात कीजिए।

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int_2^7 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9-x}} dx$

SEAT NUMBER | | | | | | | |

प्र. ३. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**
(प्रत्येक ३ अंक) : (६)

(i) यदि माँग फलन $D = 50 - 3p - p^2$ है तब $p = 5$ पर माँग की लोच (elasticity) ज्ञात कीजिए। परिणाम पर टिप्पणी कीजिए।

(ii) यदि p : वह तैरता है
q : पानी गरम है
निम्नलिखित प्रतीकात्मक कथनों के लिए मौखिक कथन दीजिए:
(अ) $p \leftrightarrow \sim q$
(ब) $\sim (p \vee q)$
(क) $q \rightarrow p$

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{1}{4x^2 - 20x + 17}\, dx$

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए
(प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :
$(x^2 - y^2)dx + 2xy\, dy = 0$

(ii) वक्र $x^2 = 16y$ तथा रेखा $y = 4$ से बद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(क) निम्नलिखित में से किसी एक कृति (activity) को पूर्ण कीजिए
(प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह रूप में व्यक्त कीजिए और उन्हें न्यूनीकरण विधि (method of reduction) द्वारा हल कीजिए:
$x - y + z = 1, 2x - y = 1, 3x + 3y - 4z = 2$

हल : दिए गए समीकरणों को आव्यूह रूप में ऐसे लिखा जा सकता है।

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - 2R_1$ द्वारा

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ \square & \square & \square \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$R_3 \to R_3 - 3R_1$ द्वारा

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ \square & \square & \square \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$R_3 \to R_3 - 6R_2$ द्वारा

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \square \end{bmatrix}$$

हम समीकरण इस प्रकार लिखते हैं:

$x - y + z = 1$ .....(I)

$y - 2z = -1$ .....(II)

$5z = 5$ .....(III)

समीकरण (I), (II) और (III) को हल करने पर हमें प्राप्त होता है।

$x = \square,\ y = \square, z = \square$

(ii) संबंध $Ax^2 + By^2 = 1$ से अवकल समीकरण प्राप्त कीजिए, जहाँ A तथा B अचरांक है।

हल :

दिया गया है: समीकरण $Ax^2 + By^2 = 1$ .....(I) है

x के संबंध में समीकरण (I) का अवकलन करने पर

$$\square\, x + 2By\frac{dy}{dx} = 0$$

$$Ax + By\frac{dy}{dx} = 0 \qquad \text{.....(II)}$$

x के संबंध में समीकरण (II) का अवकलन करने पर हमें

प्राप्त होता है।

$$A + B\boxed{} = 0 \qquad \text{.....(III)}$$

चूँकि समीकरण (I), (II) और (III), A और B में सुसंगत हैं:

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & 1 \\ x & y\dfrac{dy}{dx} & 0 \\ 1 & \boxed{} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore \quad \left\{ x\left[y\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right] - y\frac{dy}{dx} \right\} = 0$$

$$\therefore \quad \square + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$$

विभाग - २

प्र. ४. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर उत्तर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : **[१२]** (६)

(i) अंकित मूल्य और वर्तमान मूल्य के बीच के अंतर को ——— कहा जाता है।

(अ) बैंकर की छूट

(ब) सच्ची छूट

(क) बैंकर का लाभ

(ड) नकद मूल्य

(ii) बीमा कंपनियाँ अपने ग्राहकों से एक निश्चित समय अंतराल पर निश्चित राशि वसूलती हैं। इस राशि को ——— कहा जाता है।

(अ) समान मासिक किश्त (EMI)

(ब) किश्त (Installment)

(क) योगदान (Contribution)

(ड) अधिमूल्य (Premium)

(iii) यदि $b_{YX} > 1$ तब b_{XY} ——— होगा।

(अ) > 1 (ब) < 0

(क) $= 0$ (ड) < 1

(iv) निम्नलिखित में से कौन समय शृंखला का एक घटक नहीं हो सकता है?

(अ) मौसमी (Seasonality) (ब) चक्रीय (Cyclical)

(क) प्रवृत्ति (Trend) (ड) माध्य (Mean)

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(v) सरल समुच्चय विधि द्वारा मूल्य सूचकांक संख्या ——— द्वारा दी जाती है।

(अ) $\Sigma\frac{p_1}{p_0}\times 100$

(ब) $\Sigma\frac{p_0}{p_1}\times 100$

(क) $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}\times 100$

(ड) $\frac{\Sigma p_0}{\Sigma p_1}\times 100$

(vi) यदि व्यवहार्य क्षेत्र के कोने बिंदु (0, 10), (2, 2) और (4, 0) हैं ì Õ ‹Œêì × $z = 3x + 2y$ के बिंदु ——— हैं।

(अ) (2, 2)

(ब) (0, 10)

(क) (4, 0)

(ड) (2, 4)

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) बैंकर की छूट हमेशा वास्तविक (सच्ची) छूट (discount) से कम होती है।

(ii) भारित सापेक्ष पद्धति का उपयोग करके जीवनयापन की लागत सूचकांक संख्या $\frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$ द्वारा दी जाती है।

(iii) स्वत्वार्पण समस्या को न्यूनतमीकरण समस्या में बदलने के लिए सारणी में सबसे छोटा तत्त्व अन्य सभी तत्त्वों में से घटा लिया जाता है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) बैंकर छूट एवं सच्ची छूट के बीच का अंतर —— कहलाता है।

(ii) यदि $P_{01}(L)=225, P_{01}(P)=144$ तो $P_{01}(F)=$ ——

(iii) एक थाली धोने वाले यंत्र में चीनी मिट्टी के बड़े बर्तन (Crockery) (x) के 40 नग तक रखे जा सकते हैं। यह बाधा —— द्वारा दी जाती है।

प्र. ५. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **[१४]**

(i) एक दुकान का मूल्य ₹ 3,60,000 है और इसके मूल्य का 75% बीमा किया गया है। यदि अधिमूल्य की दर 0.9% है तो दुकान के मालिक द्वारा भुगतान किया गया अधिमूल्य ज्ञात कीजिए। यदि दलाल को अधिमूल्य की 15% दलाली मिलती है तो दलाल की दलाली भी ज्ञात कीजिए।

(ii) किसी वस्तु के उत्पादन (X) और मांग (Y) के बारे में निम्नलिखित जानकारी दी गई है। Y पर X की प्रतिगमन रेखा प्राप्त कीजिए।

	उत्पादन (X)	**माँग (Y)**
माध्य (Mean)	85	90
मानक विचलन (S.D.)	5	6

X और Y के बीच सहसंबंध का गुणांक 0.6 है। माँग 100 होने पर उत्पादन का भी अनुमान लगाइए।

(iii) निम्नलिखित तालिका कच्चा-लोहा और फेरो-मिश्र धातुओं ('000 मैट्रिक टन) के उत्पादन को दर्शाती है:

वर्ष	**1974**	**1975**	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**
उत्पादन	0	4	9	9	8	5	4	8	10

उपरोक्त जानकारी के लिए 5 वर्षीय चलित औसत का उपयोग करके प्रवृत्ति मूल्य ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (८)

(i) निम्नलिखित रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

न्यूनतम कीजिए : $z = 8x + 10y$

शर्तें : $2x + y \geq 7,\ 2x + 3y \geq 15,$

$y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0$

(ii) न्यूनतमीकरण के लिए निम्नलिखित स्वत्वार्पण समस्या को हल कीजिए :

पुरुष	कार्य (घंटों में)			
	I	II	III	IV
A	7	25	26	10
B	12	27	3	25
C	37	18	17	14
D	18	25	23	9

(iii) असतत् यादृच्छिक चर X का संभाव्यता वितरण इस प्रकार है :

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$

(अ) k का मान निर्धारित कीजिए।

(ब) ज्ञात कीजिए $P(X < 4), P(2 < X < 4), P(X > 3)$

प्र. ६. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**

(प्रत्येक ३ अंक): (६)

(i) किसी राशि पर सच्ची छूट 12% प्रति वर्ष की दर से देय राशि की $\frac{3}{8}$ है। बिल की अवधि ज्ञात कीजिए।

(ii) निम्नलिखित जानकारी वर्ष 1977 से 1984 तक बेचे गए अनाज की बोरियों की संख्या दर्शाता है :

वर्ष	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**
बोरियों की संख्या (दस हज़ार में)	1	0	3	8	10	4	5	8

उपरोक्त जानकारी के लिए आलेखीय विधि से प्रवृत्ति रेखा बनाइए।

(iii) निम्नलिखित एक यादृच्छिक चर X का संभाव्यता वितरण फलन है:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{8}, & 0<x<4 \text{ के लिए}\\ 0, & \text{अन्यथा}\end{cases}$$

ज्ञात कीजिए : (अ) $P(x<1.5)$

(ब) $P(1<x<2)$

(क) $P(x>2)$

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) निम्नलिखित द्विचर जानकारी के लिए X पर Y की प्रतिगमन रेखा का समीकरण प्राप्त कीजिए :

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

(ii) निम्नलिखित जानकारी के लिए (अ) लास्पेयर और (ब) पाश्चे के मूल्य सूचकांक संख्या की गणना कीजिए :

वस्तु	आधार वर्ष		चालू वर्ष	
	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा
P	12	20	18	24
Q	14	12	21	16
R	8	10	12	18
S	16	15	20	25

(क) निम्न में से किसी एक कृति को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) कार्यों के इष्टतम अनुक्रम निर्धारित कीजिए जो नीचे दी गई जानकारी के लिए कुल व्यतीत समय को कम करता है (यंत्रों पर प्रसंस्करण समय घंटों में दिया गया है।) तीन यंत्रों के लिए कुल व्यतीत समय और निष्क्रिय समय भी ज्ञात कीजिए।

कार्य	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	3	8	7	4	9	8	7
यंत्र B	4	3	2	5	1	4	3
यंत्र C	6	7	5	11	5	6	12

हल :

यहाँ न्यूनतम $A = 3$, न्यूनतम $C = 5$, अधिकतम $B = 5$ चूँकि न्यूनतम $C \geq$ अधिकतम B यह शर्त संतुष्ट है, समस्या को दो यंत्रों की समस्या में परिवर्तित किया जा सकता है।

मान लीजिए G और H दो काल्पनिक यंत्र हैं।

$\therefore \quad G = A + B, \; H = B + C$

उपरोक्त समस्या को इस प्रकार लिखा जा सकता है :

कार्य	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र G	7	11	9	9	10	12	10
यंत्र H	10	10	7	16	6	10	15

इष्टतम अनुक्रम अल्गोरिदम का उपयोग करके, निम्नलिखित अनुक्रम प्राप्त किया जा सकता है :

			VI	II		

कार्य सारणी :

कार्य	यंत्र A		यंत्र B		यंत्र C	
	अंदर	बाहर	अंदर	बाहर	अंदर	बाहर
I	0	3	3	7	7	13
IV	3	7	7	12	13	24
☐	7	14	14	17	24	36
VI	14	22	22	26	36	42
II	22	30	30	33	☐	49
☐	30	37	37	39	49	54
V	37	46	46	47	54	59

$\therefore$ कुल व्यतीत समय = 59 घंटे

यंत्र A के लिए निष्क्रिय समय = ☐ घंटे

यंत्र B के लिए निष्क्रिय समय = ☐ घंटे

यंत्र C के लिए निष्क्रिय समय = 7 घंटे

(ii) एक शहर में 50 दिनों के अंतराल में 10 दुर्घटनाएँ होती हैं। यह मानते हुए कि दुर्घटनाओं की संख्या पॉइसन वितरण के अनुरूप है, संभावना ज्ञात कीजिए कि एक दिन में 3 या अधिक दुर्घटनाएँ होंगी।

[दिया गया है: $e^{-0.2} = 0.8187$]

हल :

यहाँ $m =$ ☐ और पैरामीटर m के साथ $X \sim P(m)$

X का प्रायिकता घनत्व फलन (p.m.f.) है:

$$P(X = x) = \frac{e^{-m} \cdot m^x}{x!}, x = 0,1,2,...$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$$

$$= 1 - [\square + \square + \square]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-0.2}(0.2)^0}{0!} + \frac{e^{-0.2}(0.2)^1}{1!} + \frac{e^{-0.2}(0.2)^2}{2!}\right]$$

$$= 1 - [0.8187(1 + 0.2 + 0.02)]$$

$$= 1 - \square$$

$$= \square$$

◆◆◆