DAY — **09** SEAT NUMBER | | | | | | |

2025	II	22

1100

J-317

(M)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(15 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना :

(१) सर्व प्रश्न सोडविणे अनिवार्य आहे.

(२) एकूण ६ प्रश्न दोन विभागांत विभागले आहेत.

(३) विभाग-१ व विभाग-२ यांची उत्तरे एकाच उत्तरपुस्तिकेत लिहावयाची आहेत.

(४) आवश्यक असल्यास लॉगॅरिथम सारणी (logarithmic table) देण्यात येईल. गणन यंत्राचा वापर करण्यास मनाई आहे .

(५) रेषीय उपयोजन (L. P. P.) आणि वेळ मालिका (time series) प्रश्नांसाठी आलेख कागदाचा वापर करणे अनिवार्य नाही. फक्त कच्ची आकृती आलेख अपेक्षित आहे.

(६) प्रत्येक नवीन प्रश्नाच्या उत्तराचा प्रारंभ नवीन पानावर करावा.

(७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्नांसाठी (प्र.१ आणि प्र.४ फक्त पहिल्याच प्रयत्नास गुणदान केले जाईल.

विभाग - १

प्र. १. **(अ)** खालील दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा : **[१२]**
(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

(i) जर p : तो बुद्धिमान आहे.

q : तो बलवान आहे.

तर ''तो बुद्धिमान किंवा बलवान आहे हे चुकीचे आहे'' या विधानाचे प्रतीकात्मक रूप ------ आहे.

(अ) $\sim p \vee \sim q$

(ब) $\sim (p \wedge q)$

(क) $\sim (p \vee q)$

(ड) $p \vee \sim q$

(ii) $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 dx =$ -----

(अ) $\frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{x} \right)^4 + c$

(ब) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3\log x - \frac{1}{2x^2} + c$

(क) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3\log x + \frac{1}{x^2} + c$

(ड) $\left(x - x^{-1} \right)^3 + c$

(iii) $\int_2^7 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9-x}} dx =$

(अ) $\frac{7}{2}$ (ब) $\frac{5}{2}$

(क) 7 (ड) 2

(iv) वक्र $y=x^2$ आणि रेषा $y=4$ ने बंदिस्त क्षेत्राचे क्षेत्रफळ ----- आहे.

(अ) $\frac{32}{3}$ चौ. एकक

(ब) $\frac{64}{3}$ चौ. एकक

(क) $\frac{16}{3}$ चौ. एकक

(ड) 64 चौ. एकक

(v) विकलनीय समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=a^x$ चा क्रम आणि कोटी क्रमश: ----- आहे.

(अ) 1, 1 (ब) 1, 2

(क) 2, 2 (ड) 2, 1

(vi) विकलनीय समीकरणाचा $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^3-3$ एकत्रीकरण घटक (I.F.) ----- आहे.

(अ) $\log x$ (ब) e^x

(क) $\frac{1}{x}$ (ड) x

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) **:** (३)

(i) जर A एक सारणी आणि K एक स्थिरांक असेल तर $(KA)^T=KA^T$

(ii) $\int \log x\,dx=x\log x+x+c$

(iii) $bx+ay=ab$ पासून अनियंत्रित स्थिरांक काढून टाकून प्राप्त केलेले विकलन समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}=0$ आहे.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर सरासरी महसूल $R_A = 50$ असेल आणि मागणीची लवचिकता $\eta = 5$ असेल तर किरकोळ महसूल R_M ----- आहे.

(ii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx =$ _____ $+ c$

(iii) जर $f'(x) = x^2 + 5$ आणि $f(0) = -1$ तर $f(x) =$ -----

प्र. २. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) ''जर त्रिकोण समभुज असेल तर तो समकोण असेल.''

ह्या विधानाचे विरुद्ध (converse), व्यस्त (inverse) आणि विपरीत (contrapositive) विधाने लिहा.

(ii) जर $\left\{5\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x-1\\ y+1\\ 2z\end{bmatrix}$ तर x, y, z शोधा.

(iii) सोडवा : $\int \frac{1}{x(x^6+1)} dx$

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) व्यस्त पद्धतीने (method in inversion) खालील समीकरणे सोडवा:

$2x - y + z = 1$

$x + 2y + 3z = 8$

$3x + y - 4z = 1$

(ii) जर एका व्यक्तीचा खर्च E_c, त्याचे उत्पन्न I बरोबर असे दिलेले आहे की $E_c = (0.0003)I^2 + (0.075)I$ जेव्हा $I = 1000$ असेल तर MPC, MPS, APC आणि APS शोधा.

(iii) सोडवा : $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$

प्र. ३. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) जर $y = (x)^x + (a)^x$ तर $\frac{dy}{dx}$ शोधा.

(ii) अन्वस्त (parabola) $y^2 = 25x$ आणि रेषा $x = 5$ मधील बंदिस्त क्षेत्राचे क्षेत्रफळ शोधा.

(iii) $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ संबंधातून अनियंत्रित स्थिरांक काढून टाकून विकलन समीकरण शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही <u>एक</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) सत्य सारणी वापरून, पडताळणी करा :

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(ii) जर $x = \frac{4t}{1+t^2}$, $y = 3\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$,

तर दाखवा $\frac{dy}{dx} = \frac{-9x}{4y}$

(क) खालीलपैकी कोणतीही <u>एक</u> कृति सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) संख्या 84 दोन भागांमध्ये अशा प्रकारे विभाजित करा जेणेकरून पहिला भाग आणि दुसऱ्या भागाच्या वर्गाचा गुणाकार जास्तीत जास्त असेल.

उकल:

समजा पहिला भाग x तर दुसरा भाग $84 - x$ असेल.

$\therefore \quad f(x) = \square$

$\therefore \quad f'(x) = 168x - 3x^2$

टोकाच्या मूल्यांसाठी $f'(x) = 0$

$\therefore \quad 168x - 3x^2 = 0$

$\therefore \quad 3x(56 - x) = 0$

$\therefore \quad x = \square$ किंवा $\square$

$f''(x) = 168 - 6x$

जर $x = 0, f''(0) = 168 - 6(0) = 168 > 0$

म्हणून फल $x = 0$ वर किमान पोहोचते

जर $x = 56, f''(56) = \square < 0$

म्हणून फल $x = 56$ वर कमाल पोहोचते.

$\therefore$ 84 चे दोन भाग $\square$ आणि $\square$ आहेत.

(ii) खाली दिलेले विकलन समीकरण सोडवा :

$(x^2 - yx^2)dy + (y^2 + xy^2)dx = 0$

उकल :

चलांना वेगवेगळे केल्यानंतर दिलेले समीकरण अशा प्रकारे लिहिता येते

$\square\, dy + \square\, dx = 0$

$\therefore \quad \left(y^{-2} - \frac{1}{y}\right)dy + \left(x^{-2} + \frac{1}{x}\right)dx = 0$

$$\boxed{}\,dy - \frac{1}{y}dy + x^{-2}dx + \boxed{}\,dx = 0$$

समाकलन केल्यावर आम्हाला मिळते

$$\int y^{-2}dy - \int \frac{1}{y}dy + \int x^{-2}dx + \int \frac{1}{x}dx = 0$$

$$\therefore \quad \frac{y^{-1}}{-1} - \boxed{} + \frac{x^{-1}}{-1} + \boxed{} = c$$

$$-\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \log x - \log y = c$$

$$\log x - \log y = \boxed{} + c$$

हा आवश्यक उकल आहे.

विभाग - २

प्र. ४. **(अ)** खाली दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा (प्रत्येकी १ गुण) : **[१२]** (६)

(i) दलाल जो त्याच्या मालकाला हमी देतो की पक्ष मालाची विक्री किंमत देईल त्याला ----- असे म्हणतात.

(अ) लिलाव करणारा (Auctioneer)

(ब) आश्वासक दलाल (Del credere agent)

(क) घटक (Factor)

(ड) दलाल (Broker)

(ii) सामान्य वार्षिकी मध्ये देणे किंवा पावत्या ----- होतात.

(अ) प्रत्येक कालावधीच्या सुरुवातीस

(ब) प्रत्येक कालावधीच्या अखेरीस

(क) प्रत्येक कालावधीच्या मध्यात

(ड) त्रैमासिक तत्त्वावर

(iii) चलित सरासरी ----- ओळखण्यासाठी उपयुक्त आहेत.

(अ) हंगामी घटक

(ब) अनियमित घटक

(क) कल घटक

(ड) चक्रीय घटक

(iv) जर $P_{01}(L)=90$ आणि $P_{01}(P)=40$ तर $P_{01}(D-B)$ तर ------ आहे.

(अ) 65

(ब) 50

(क) 25

(ड) 130

(v) सोपवणी समस्येचे उद्‌दिष्ट ----- नियुक्त करणे आहे.

(अ) जास्तीत जास्त किमतीत कामांची संख्या समान व्यक्तींची संख्या

(ब) कमीत कमी किमतीत कामांची संख्या समान व्यक्तींची संख्या

(क) फक्त खर्च वाढवण्यासाठी

(ड) फक्त खर्च कमी करण्यासाठी

(vi) दोन निष्पक्ष फासे फेकले जातात तेव्हा मिळणाऱ्या दोन संख्यांच्या बेरजेचे अपेक्षित मूल्य ----- असते.

(अ) 5

(ब) 6

(क) 7

(ड) 8

(ब) खालील दिलेली विधाने सत्य किंवा असत्य आहेत ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) **:** (३)

(i) जर $b_{yx}+b_{xy}=1.30$ आणि $r=0.75$ तर दिलेली माहिती विसंगत आहे.

(ii) चक्रीय भिन्नता वर्षातून अनेक वेळा येऊ शकते.

(iii) जीवनावश्यक निर्देशांक क्रमांक पैशाची क्रयशक्ती मोजण्यासाठी वापरला जातो.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) बँकेची सवलत वजा केल्यावर हुंडी धारकास दिलेली रक्कम ----- म्हणून ओळखली जाते.

(ii) वेळ मालिकेचा कल मोजण्याची सोपी पद्धत ----- आहे.

(iii) भारित एकत्रित पद्धतीनुसार प्रमाण निर्देशांक क्रमांक ----- द्वारे दिला जातो.

प्र. ५. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) खालील माहितीसाठी योग्य प्रतिगमन समीकरणाची गणना करा.

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

X हे स्वतंत्र चल आहे आणि Y हे अवलंबित चल आहे.

(ii) कंपनी सिमेंट आणि वाळूच्या ठोस विटा बनवते. ठोस विटेचे वजन किमान 5 किलो असावे. सिमेंट 20 रुपये किलो आणि वाळू 6 रुपये किलो आहे. मजबुती वर विचार केला तर ठोस विटांमध्ये कमीत कमी 4 किलो सिमेंट आणि 2 किलो पेक्षा जास्त वाळू नसावी. वरील किंमत किमान असावी यासाठी रेषीय उपयोजन समस्या (L.P.P.) तयार करा.

(iii) नि:पक्षपाती नाण्याच्या तीन नाणेफेकमध्ये छाप्याच्या संख्येचा मध्य (mean) शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) 4- वर्षीय केंद्रित चलित सरासरीचा वापर करून खालील माहितीसाठी कल मूल्ये (trend values) मिळवा:

वर्ष	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**	**1985**
निर्देशांक	0	2	3	3	2	4	5	6	7	10

(ii) खालील कार्ये पूर्ण करण्यासाठी AB या क्रमाने एकूण व्यतीत वेळ कमी करणारा कार्यांचा क्रम शोधा. एकूण व्यतीत वेळ आणि यंत्र B साठी निष्क्रिय वेळ शोधा :

कार्ये	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**
यंत्र A	7	16	19	10	14	15	5
यंत्र B	12	14	14	10	16	5	7

(iii) 52 पत्त्यांच्या चांगल्या फेरफार केलेल्या गड्डीमधून 5 पत्ते एकापाठोपाठ काढली जातात:

(अ) पाचही पत्ते इसपीक आहेत.

(ब) फक्त 3 पत्ते इसपीक आहेत. त्याची संभाव्यता शोधा.

प्र. ६. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) ₹ 8,00,000 किंमतीच्या एका घराचा विमा त्याच्या किंमतीच्या 75% एवढा उतरविण्यात आला. जर विम्याच्या हप्त्याचा दर 0.80% असेल तर घरमालकाने भरलेल्या विम्याच्या हप्त्याची रक्कम शोधा. जर दलालाच्या दलालीचा दर विम्याच्या हप्त्याच्या 9% असेल तर दलालाची दलाली शोधा.

(ii) खालील रेषीय उपयोजन समस्या (L.P.P.) आलेखीय पद्धतीने सोडवा:

महत्तम करा : $z = 4x + 6y$

अटी : $3x + 2y \le 12$

$x + y \ge 4$

$x, y \ge 0$

(iii) प्लायवुड पाटीवरील दोष यादृच्छिकपणे आढळतात आणि सरासरी एक दोष प्रति 50 चौरस फूट आहे. अशा पाटीची संभाव्यता शोधा ज्यामध्ये

(अ) दोष नाही

(ब) किमान एक दोष आहे.

(वापरा $e^{-1} = 0.3678$)

(ब) खालीलपैकी कोणताही <u>एक</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ अंक): (४)

(i) दोन प्रतिगमन रेषांचे समीकरण $10x - 4y = 80$ आणि $10y - 9x = -40$ आहे.

शोधा :

(अ) $\bar{x}$ आणि $\bar{y}$

(ब) b_{YX} आणि b_{XY}

(क) r

(ड) जर var(Y) = 36 तर var (X) मिळवा.

(ii) राहणीमान किंमत निर्देशांकाची किंमत 150 असल्यास x शोधा :

गट	अन्न	कपडे	इंधन आणि विद्युत	घरभाडे	इतर
I	180	120	300	100	160
W	4	5	6	x	3

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृती पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण): (४)

(i) 25 ऑक्टोबर 2017 रोजी एका बँकेत ₹18,000 ची हुंडी ₹17,568 ला वटवण्यात आली. जर व्याजाचा वार्षिक दर 12% असेल, तर कायदेशीर देय तारीख काय आहे?

उकल :

दिले आहे $SD = 18{,}000$; $CV = 17{,}568$,

$r = 12\%$ प्रतिवर्ष

आता, $BD = \square$

$= 18{,}000 - 17{,}568$

$= ₹\ 432$

तसेच $BD = \square$

$\therefore \quad 432 = \dfrac{18{,}000 \times n \times 12}{100}$

$n = \dfrac{432 \times 100}{18{,}000 \times 12}$

$n = \dfrac{1}{5}$ वर्षे = $\square$ दिवस

ज्या कालावधीसाठी सवलत वजा केली जाते तो 73 दिवसांचा आहे. जो सवलतीच्या तारखेपासून म्हणजेच 25 ऑक्टोबर 2017 मोजला जातो:

ऑक्टोबर	नोव्हेंबर	डिसेंबर	जानेवारी	एकूण
6	30	31	6	73

त्यामुळे कायदेशीर देय तरीख $\square$ आहे.

(ii) न्यूनतम करण्यासाठी खालील सोपवणी समस्या सोडवा.

	I	II	III	IV	V
1	18	24	19	20	23
2	19	21	20	18	22
3	22	23	20	21	23
4	20	18	21	19	19
5	18	22	23	22	21

उकल :

पायरी -I:

त्या रांगेतील प्रत्येक घटकातून प्रत्येक रांगेतील सर्वात लहान घटक वजा करा.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

पायरी -II:

त्या स्तंभाच्या प्रत्येक घटकातून प्रत्येक स्तंभातील सर्वात लहान घटक वजा करा.

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

पायरी -III:

सर्व शून्य व्यापणाऱ्या किमान रेषा काढा.

	I	II	III	IV	V
1	0	6	1	2	4
2	1	3	2	0	3
3	2	3	0	1	2
4	2	0	3	1	0
5	0	4	5	4	2

येथे कमीत कमी रेषांची संख्या (4) < सारणीचा क्रम (5)

पायरी -IV:

सर्वात लहान न व्यापलेला घटक 1 आहे, जो सर्व न व्यापलेल्या घटकांमधून वजा करून दोन रेषांच्या छेदनबिंदूवर असलेल्या सर्व घटकांमध्ये जोडायचा आहे.

	I	II	III	IV	V
1	0	5	0	☐	3
2	2	3	2	0	3
3	3	3	0	☐	2
4	3	0	3	1	0
5	0	3	4	3	☐

पायरी -V:

सर्व शून्य व्यापणाऱ्या आवश्यक किमान रेषा काढा.

	I	II	III	IV	V
1	0	5	0	1	3
2	2	3	2	0	3
3	3	3	0	1	2
4	3	0	3	1	0
5	0	3	4	3	1

येथे कमीत कमी रेषांची संख्या $\neq$ सारणीचा क्रम

पायरी -VI:

सर्वात लहान न व्यापलेला घटक (1) आहे, जो सर्व न व्यापलेल्या घटकांमधून वजा करून दोन रेषांच्या छेदन बिंदूवर असलेल्या सर्व घटकांमध्ये जोडायचा आहे.

	I	II	III	IV	V
1	0	4	0	0	2
2	3	3	3	0	3
3	3	□	0	0	□
4	4	0	4	0	0
5	0	2	4	2	0

आता कमीत कमी रेषांची संख्या = सारणीचा क्रम.

इष्टतम सोपवणी केली जाऊ शकते

इष्टतम उकल:

$1 \rightarrow$ I

$2 \rightarrow$ IV

$3 \rightarrow$ □

$4 \rightarrow$ □

$5 \rightarrow$ V आहे.

न्यूनतम मूल्य = □

◆◆◆