DAY — **09** SEAT NUMBER | | | | | |

2025	II	22	1100	J-318	(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(15 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना :

(१) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।

(२) यहाँ ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।

(३) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।

(४) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।

(५) रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) और समय श्रृंखला (Time series) प्रश्नों के लिए कच्ची आकृति अपेक्षित है, आलेख पत्र आवश्यक नहीं है।

(६) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।

(७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न के लिए (प्रश्न १ और प्रश्न-४) केवल पहले प्रयास का ही गुणदान किया जाएगा।

विभाग - १

प्र. १. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (६) **[१२]**

(i) यदि p : वह बुद्धिमान है

q : वह बलवान है

तब ''यह गलत है कि वह बुद्धिमान या बलवान है'' कथन का प्रतीकात्मक रूप ——— है।

(अ) $\sim p \vee \sim q$

(ब) $\sim (p \wedge q)$

(क) $\sim (p \vee q)$

(ड) $p \vee \sim q$

(ii) $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 dx =$

(अ) $\frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + c$

(ब) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3\log x - \frac{1}{2x^2} + c$

(क) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3\log x + \frac{1}{x^2} + c$

(ड) $\left(x - x^{-1}\right)^3 + c$

(iii) $\int_2^7 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9-x}} dx =$ ———

(अ) $\frac{7}{2}$ (ब) $\frac{5}{2}$

(क) 7 (ड) 2

(iv) वक्र $y=x^2$ और रेखा $y=4$ से बद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ——— है।

(अ) $\frac{32}{3}$ वर्ग इकाइयाँ

(ब) $\frac{64}{3}$ वर्ग इकाइयाँ

(क) $\frac{16}{3}$ वर्ग इकाइयाँ

(ड) 64 वर्ग इकाइयाँ

(v) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=a^x$ का क्रम (order) और घात (degree) क्रमशः ——— है।

(अ) 1, 1 (ब) 1, 2

(क) 2, 2 (ड) 2, 1

(vi) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^3-3$ का समाकलन कारक (integrating factor) ——— है।

(अ) $\log x$ (ब) e^x

(क) $\frac{1}{x}$ (ड) x

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि A एक आव्यूह और K एक स्थिरांक है, तब $(KA)^T=KA^T$

(ii) $\int \log x\, dx = x\log x + x + c$

(iii) $bx+ay=ab$ से अनियंत्रित (मनमाना) स्थिरांक (Arbitrary constant) को हटाकर प्राप्त अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}=0$ है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) औसत राजस्व $R_A = 50$ है और माँग की लोच $\eta = 5$ है तो सीमांत राजस्व R_M ——— है।

(ii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx =$ _____ $+ c$

(iii) यदि $f'(x) = x^2 + 5$ और $f(0) = -1$ तब $f(x) =$ ———

प्र. २. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) **[१४]**

(i) कथन ''यदि कोई त्रिभुज समबाहु है तो वह समकोणीय है'' विधान का विलोम (converse), प्रतिलोम (inverse) तथा वैषम्य (contrapositive) लिखिए।

(ii) यदि $\left\{5\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+1 \\ 2z \end{bmatrix}$

तब x, y, z ज्ञात कीजिए।

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{1}{x(x^6+1)} dx$

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

(i) निम्नलिखित समीकरणों को प्रतिलोम विधि (method of inversion) से हल कीजिए:

$2x - y + z = 1$

$x + 2y + 3z = 8$

$3x + y - 4z = 1$

(ii) एक व्यक्ति के व्यय (expenditure) E_c के साथ आय (income) I इस प्रकार दी गई है :

$$E_c = (0.0003) I^2 + (0.075) I$$

जब $I = 1000$ तब MPC, MPS, APC और APS ज्ञात कीजिए।

(iii) मूल्यांकन कीजिए : $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$

प्र. ३. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं <u>दो</u> उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **[१४]**

(i) यदि $y = (x)^x + (a)^x$ तब $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(ii) परवलय (parabola) $y^2 = 25x$ एवं रेखा $x = 5$ से बद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ से अनियंत्रित (मनमाना) स्थिरांक (Arbitrary constant) को हटाकर अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किसी <u>एक</u> उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) सत्य तालिका का उपयोग करके सत्यापन करें :

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

(ii) यदि $x = \frac{4t}{1+t^2}$, $y = 3\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$, तब दर्शाइए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-9x}{4y}$$

(क) निम्नलिखित में से किसी <u>एक</u> कृति (activity) को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

(i) संख्या 84 को दो भागों में इस प्रकार विभाजित कीजिए कि पहले भाग और दूसरे भाग के वर्ग का गुणनफल अधिकतम हो।

हल :

माना कि एक भाग x है तो दूसरा भाग $84 - x$ है।

$\therefore \quad f(x) = \boxed{}$

$\therefore \quad f'(x) = 168x - 3x^2$

उच्चतम मूल्य के लिए $f'(x) = 0$

$168x - 3x^2 = 0$

$\therefore \quad 3x(56 - x) = 0$

$\therefore \quad x = \boxed{}$ या $\boxed{}$

$f''(x) = 168 - 6x$

यदि $x = 0, f''(0) = 168 - 6(0) = 168 > 0$

$\therefore$ फलन $x = 0$ पर न्यूनतम प्राप्त करता है।

यदि $x = 56, f''(56) = \boxed{} < 0$

$\therefore$ फलन $x = 56$ पर अधिकतम प्राप्त करता है।

$\therefore$ 84 के दो भाग $\boxed{}$ और $\boxed{}$ हैं।

(ii) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए

$(x^2 - yx^2)dy + (y^2 + xy^2)dx = 0$

हल :

चरों को अलग करते हुए दिए गए समीकरण को इस प्रकार लिखा जा सकता है :

$\boxed{}\, dy + \boxed{}\, dx = 0$

$\therefore \quad \left(y^{-2} - \frac{1}{y}\right)dy + \left(x^{-2} + \frac{1}{x}\right)dx = 0$

$$\boxed{}\, dy - \frac{1}{y} dy + x^{-2} dx + \boxed{}\, dx = 0$$

समाकलन करने पर हमें प्राप्त होता है

$$\int y^{-2} dy - \int \frac{1}{y} dy + \int x^{-2} dx + \int \frac{1}{x} dx = 0$$

$$\therefore \quad \frac{y^{-1}}{-1} - \boxed{} + \frac{x^{-1}}{-1} + \boxed{} = c$$

$$-\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \log x - \log y = c$$

$$\log x - \log y = \boxed{} + c$$

यह इच्छित (required) हल है।

विभाग - २

प्र. ४. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (६) **[१२]**

(i) एक दलाल जो अपने मालिक को विश्वास (guarantee) दिलाता है कि पक्ष (party) माल के बिक्री मूल्य का भुगतान करेगा उसे ——— कहा जाता है।

(अ) नीलामकर्ता (auctioneer)

(ब) आश्वासक दलाल (Del credere agent)

(क) कारक (factor)

(ड) दलाल (broker)

(ii) एक सामान्य वार्षिकी में भुगतान या रसीदें ——— में होती हैं।

(अ) प्रत्येक अवधि की शुरूआत

(ब) प्रत्येक अवधि के अंत

(क) प्रत्येक अवधि के मध्य

(ड) तिमाही आधार पर

(iii) चलित औसत (moving averages) ——— पहचानने में उपयोगी होते हैं।

(अ) मौसमी घटक

(ब) अनियमित घटक

(क) प्रवृत्ति घटक

(ड) चक्रीय घटक

(iv) यदि $P_{01}(L)=90$ तथा $P_{01}(P)=40$ तब $P_{01}(D-B)$ ——— है।

(अ) 65

(ब) 50

(क) 25

(ड) 130

(v) स्वत्वार्पण समस्या (assignment problem) का उद्देश्य ——— सौंपना है।

(अ) अधिकतम लागत पर कार्यों की संख्या बराबर व्यक्तियों की संख्या

(ब) न्यूनतम लागत पर कार्यों की संख्या बराबर व्यक्तियों की संख्या

(क) केवल लागत को अधिकतम करने के लिए

(ड) केवल लागत को न्यूनतम करने के लिए

(vi) दो निष्पक्ष पासों को उछालने पर प्राप्त दो संख्याओं के योग का अपेक्षित मूल्य ——— है।

(अ) 5

(ब) 6

(क) 7

(ड) 8

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि $b_{yx}+b_{xy}=1.30$ तथा $r=0.75$ हो तो दी गई जानकारी असंगत है।

(ii) चक्रीय भिन्नता एक वर्ष में कई बार हो सकती है।

(iii) जीवनयापन की लागत सूचकांक संख्या का उपयोग रुपए (money) की क्रय शक्ति की गणना में किया जाता है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) बैंकर की छूट काटने के बाद बिल धारक को भुगतान की गई राशि ——— कहलाती है।

(ii) समय शृंखला की प्रवृत्ति को मापने की सरल विधि ——— है।

(iii) भारित समुच्चय विधि द्‌वारा मात्रा (quantity) सूचकांक संख्या ——— से दी जाती है।

प्र. ५. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **[१४]**

(i) निम्नलिखित जानकारी के लिए उपयुक्त प्रतिगमन समीकरण की गणना कीजिए :

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

X स्वतंत्र चर है और Y आश्रित (dependent) चर है।

(ii) एक कंपनी सीमेंट और रेत से बननेवाली ठोस ईंटें बनाती है। ठोस ईंटों में से प्रत्येक का वज़न कम-से-कम 5 किलोग्राम होना चाहिए। सीमेंट की लागत ₹ 20 प्रति किलोग्राम और रेत की लागत ₹ 6 प्रति किलोग्राम है। मज़बूती पर विचार करने से तय होता है कि ठोस ईंट में कम-से-कम 4 किलोग्राम सीमेंट और 2 किलोग्राम से अधिक रेत नहीं होनी चाहिए। लागत न्यूनतम हो इसके लिए रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) तैयार कीजिए।

(iii) एक निष्पक्ष सिक्के की तीन उछालों में चित्त की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं <u>दो</u> उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (८)

(i) 4 वार्षिक केंद्रित चलित औसत का उपयोग करके निम्नलिखित जानकारी के लिए प्रवृत्ति मान प्राप्त कीजिए :

वर्ष	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
सूचकांक	0	2	3	3	2	4	5	6	7	10

(ii) वह क्रम ज्ञात कीजिए जो निम्नलिखित कार्यों को क्रम AB में पूरा करने के लिए व्यतीत किए गए कुल समय को न्यूनतम करता है। बीता हुआ कुल समय और यंत्र B के लिए निष्क्रिय समय ज्ञात कीजिए :

कार्य	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	7	16	19	10	14	15	5
यंत्र B	12	14	14	10	16	5	7

(iii) 52 पत्तों की एक अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी से प्रतिस्थापन के साथ क्रमिक रूप से पाँच पत्ते निकाले जाते हैं।
प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :
(अ) सभी पाँच पत्ते हुक्म के हों
(ब) केवल तीन पत्ते हुक्म के हों

प्र. ६. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं <u>दो</u> उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **[१४]**

(i) ₹ 8,00,000 मूल्य के एक मकान का बीमा उसके मूल्य के 75% तक किया गया। यदि बीमा की किस्त की दर 0.80% हो तो मकान मालिक के भरे हुए बीमे की किस्त की राशि ज्ञात कीजिए। यदि दलाल की दलाली की दर बीमा की किस्त की 9% हो तो दलाल की दलाली की राशि ज्ञात कीजिए।

(ii) निम्नलिखित रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) को आलेखीय विधि से हल कीजिए।

अधिकतम कीजिए : $z = 4x + 6y$

शर्तें : $3x + 2y \le 12$

$x + y \ge 4$

$x, y \ge 0$

(iii) प्लाइवुड पट्टी पर दोष यादृच्छिक रूप से 50 वर्ग फुट के लिए एक दोष के औसत के साथ होते हैं। ऐसी पट्टी होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जिसमें

(अ) कोई दोष नहीं हो

(ब) कम-से-कम एक दोष हो।

(उपयोग करें $e^{-1} = 0.3678$)

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

(i) दो प्रतिगमन रेखाओं के समीकरण $10x - 4y = 80$ तथा $10y - 9x = -40$ है।

ज्ञात कीजिए :

(अ) $\bar{x}$ तथा $\bar{y}$

(ब) b_{YX} तथा b_{XY}

(क) r

(ड) यदि var(Y) = 36 हो तो var (X) प्राप्त कीजिए।

(ii) यदि जीवन निर्वाह सूचकांक (Cost of Living Index) 150 है तो x ज्ञात कीजिए:

समूह	खाना	कपड़े	ईंधन और बिजली	मकान किराया	मिश्रित
I	180	120	300	100	160
W	4	5	6	x	3

(क) निम्न में से किसी एक कृति को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) 25 अक्टूबर 2017 को एक बैंक में ₹ 18,000 का बिल ₹ 17,568 में रियायत (discounted) किया गया। यदि ब्याज की दर 12% प्रतिवर्ष थी तो कानूनी देय तिथि क्या है?

हल :

दिया गया है: $SD = 18{,}000$; $CV = 17{,}568$

$r = 12\%$ प्रतिवर्ष

अब, $BD = \square$

$= 18{,}000 - 17{,}568$

$=$ ₹ 432

तथा $BD = \square$

$$\therefore \quad 432 = \frac{18{,}000 \times n \times 12}{100}$$

$$n = \frac{432 \times 100}{18{,}000 \times 12}$$

$$n = \frac{1}{5} \text{ वर्ष} = \square \text{ दिन}$$

जिस अवधि के लिए छूट काटी गई है वह 73 दिन है जिसे छूट की तारीख अर्थात् 25 अक्टूबर 2017 से गिना जाता है:

अक्टूबर	नवम्बर	दिसम्बर	जनवरी	कुल
6	30	31	6	73

इसलिए कानूनी देय तिथि $\square$ है।

(ii) न्यूनतमकरण के लिए निम्नलिखित स्वत्वार्पण समस्या को हल कीजिए :

	I	II	III	IV	V
1	18	24	19	20	23
2	19	21	20	18	22
3	22	23	20	21	23
4	20	18	21	19	19
5	18	22	23	22	21

हल :

चरण–I

उस पंक्ति के प्रत्येक तत्त्व में से प्रत्येक पंक्ति का सबसे छोटा तत्त्व घटाएँ:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

चरण–II

प्रत्येक स्तंभ के प्रत्येक तत्त्व में से उस स्तंभ के सबसे छोटे तत्त्व को घटाएँ:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

चरण–III

सभी शून्यों का आच्छादन करने वाली न्यूनतम संख्या में रेखाएँ खींचें।

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{array}\right] \end{array}$$

यहाँ रेखाओं की न्यूनतम संख्या (4) < आव्यूह का क्रम (5)

चरण–IV

सबसे छोटा खुला तत्त्व 1 है, जिसे सभी खुले तत्त्वों से घटाया जाना है और इसे उन सभी तत्त्वों में जोड़ना है जो दो रेखाओं के प्रतिच्छेदन (intersection) बिंदु पर स्थित है:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 5 & 0 & \square & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & \square & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 3 & \square \end{array}\right] \end{array}$$

चरण–V

सभी शून्यों का आच्छादन करने वाली आवश्यक न्यूनतम संख्या में रेखाएँ खींचें:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 5 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

यहाँ रेखाओं की न्यूनतम संख्या ≠ आव्यूह का क्रम

चरण–VI

सबसे छोटा खुला तत्त्व (1) है, जिसे सभी खुले तत्त्वों में से घटाया जाना है और इसे उन सभी तत्त्वों में जोड़ना है जो दो रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदु पर स्थित है:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & \square & 0 & 0 & \square \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

अब रेखाओं की न्यूनतम संख्या = आव्यूह का क्रम

इष्टतम स्वत्वार्पण बनाया जा सकता है।

इष्टतम हल :

$1 \rightarrow \text{I}$

$2 \rightarrow \text{IV}$

$3 \rightarrow \square$

$4 \rightarrow \square$

$5 \rightarrow \text{V}$ है।

न्यूनतम मूल्य = $\square$

◆◆◆