

DAY — 08

SEAT NUMBER

--	--	--	--	--	--

2024 VII 25

1100

J-177

(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (40)
(ARTS & SCIENCE)

Time : 3 Hrs.

(8 Pages)

Max. Marks : 80

सामान्य सूचनाएँ :

प्रश्न पत्र को चार विभागों में विभाजित किया गया है।

(१) विभाग अ : प्रश्न क्रमांक १ में आठ बहुविकल्पीय प्रकार के उपप्रश्न हैं। प्रत्येक को दो अंक दिए गए हैं।

प्रश्न क्रमांक २ में चार अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक को एक अंक दिया गया है।

(२) विभाग ब : प्रश्न क्रमांक ३ से प्रश्न क्रमांक १४ तक बारह लघुउत्तरीय प्रश्नों में से प्रत्येक को दो अंक दिए गए हैं।

(किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए।)

(३) विभाग क : प्रश्न क्रमांक १५ से प्रश्न क्रमांक २६ तक बारह लघुउत्तरीय प्रश्नों में से प्रत्येक को तीन अंक दिए गए हैं।

(किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए।)

(४) विभाग ड : प्रश्न क्रमांक २७ से प्रश्न क्रमांक ३४ तक आठ दीर्घउत्तरीय प्रश्नों में से प्रत्येक को चार अंक दिए गए हैं।

(किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।)

(५) लॉग सारिणी का उपयोग किया जा सकता है। परिगणक (calculator) का उपयोग नहीं किया जा सकता।

(६) दाहिनी ओर दिए गए अंक प्रश्नों के पूर्णांक हैं।

(७) आलेख पत्र (graph paper) के उपयोग की आवश्यकता नहीं है। सिर्फ कच्ची आलेख आकृति उपेक्षित है।

(८) प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्नों का सही उत्तर उसके अक्षर (alphabetical letter)

के साथ लिखना अनिवार्य है। उदा : (अ)..... / (ब)..... / (क).....

/ (ड)..... सिर्फ सही उत्तर या उसके अक्षर (alphabet) लिखने पर अंक नहीं दिए जाएँगे। सिर्फ प्रथम प्रयास को ही मूल्यांकन के लिए लिया जाएगा।

(९) प्रत्येक नए विभाग की शुरुआत नए पृष्ठ से करें।

0	1	7	7
---	---	---	---

Page 1

P.T.O

विभाग - अ

प्र. १. निम्नलिखित बहुवैकल्पिक प्रश्नों के उत्तरों में से सही उत्तर चुनिए व लिखिए : [१६]

(i) $\cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \text{---}$

(अ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ब) $\frac{1}{2}$

(क) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ड) $\frac{\pi}{4}$ (२)

(ii) यदि \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण θ है तथा $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ तो $\theta =$
 --- होगा।

(अ) 0 (ब) $\frac{\pi}{4}$ या $\frac{3\pi}{4}$

(क) $\frac{\pi}{2}$ (ड) π या $\frac{\pi}{6}$ (२)

(iii) $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा
 $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$
 तो इन रेखाओं के बीच का कोण --- होगा।

(अ) $\cos^{-1} \left(\frac{17}{21} \right)$ (ब) $\cos^{-1} \left(\frac{20}{21} \right)$

(क) $\cos^{-1} \left(\frac{18}{21} \right)$ (ड) $\cos^{-1} \left(\frac{19}{21} \right)$ (२)

(iv) मूल बिंदु से प्रतल $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) = 5$ की लंबवत् दूरी ---
 होगी।

(अ) $\frac{5}{\sqrt{14}}$ इकाई (ब) $\frac{5}{14}$ इकाई

(क) 5 इकाई (ड) $\frac{\sqrt{14}}{5}$ इकाई (२)

(v) यदि $x = e^{\frac{x}{y}}$ तो $\frac{dy}{dx} = \text{---}$

(अ) $1 - \frac{y}{x}$ (ब) $1 + \frac{y}{x}$

(क) $\frac{x-y}{x \log x}$ (ड) $\frac{x+y}{x \log x}$ (२)

(vi) $y = c^2 + \frac{c}{x}$ यह --- का हल है।

(अ) $x^4 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - x \frac{dy}{dx} - y = 0$

(ब) $x^2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$

(क) $x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) - x \frac{dy}{dx} + y = 0$

(ड) $x \frac{d^2y}{dx^2} = 4y$ (२)

(vii) दिया है, $X \sim B(n, p)$. यदि $n = 10$ तथा $p = 0.4$ तो $E(X)$ तथा $Var(X)$ के मान क्रमशः --- होंगे।

(अ) 4, 0.24

(ब) 0.4, 0.24

(क) 4, 2.4

(ड) 3, 0.24 (२)

(viii) दिया है, $1^\circ = 0.0175^\circ$ तो $\tan(44^\circ 30')$ का सन्निकट मान --- होगा।

(अ) 0.8952 (ब) 0.9528

(क) 0.9285 (ड) 0.9825 (२)

प्र. २. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

[४]

(i) $2x + y = 0$ तथा $3x - y = 0$; इन रेखाओं की जोड़ी का संयुक्त समीकरण ज्ञात कीजिए। (१)

(ii) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। (१)

(iii) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{5^x}{3^x} dx$ (१)

(iv) $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$, इस अवकल समीकरण का समाकलनीय गुणक (integrating factor (I.F.)) लिखिए। (१)

विभाग - ब

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए :

[१६]

प्र. ३. यदि p तथा q सत्य कथन तथा r, s यह असत्य कथन हैं तो निम्नलिखित विधान बंध का सत्यता मूल्य ज्ञात कीजिए :

$$(q \wedge r) \vee (\sim p \wedge s) \quad (२)$$

प्र. ४. प्राथमिक पंक्ति परिवर्तन (elementary row transformation) का उपयोग करके निम्नलिखित व्यूह का प्रतिलोम (inverse) व्यूह ज्ञात कीजिए:

$$\text{जहाँ } A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (२)$$

प्र. ५. किसी बिंदु के कार्तीय निर्देशांक $(1, -\sqrt{3})$ हैं तो बिंदु के ध्रुवीय (polar) निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ६. $xy + y^2 = 0$ से निरूपित रेखाओं के बीच स्थित न्यून कोण (acute angle) ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ७. सत्यता सारिणी का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि विधान बंध $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ एक पुनरुक्ति (tautology) है। (२)

प्र. ८. यदि $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$, जहाँ $0 < 3x < 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ९. वक्र $y = x^3 - 6x^2 + x + 3$ पर स्थित उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श करने वाली स्पर्शिकाएँ, रेखा $y = x + 5$ के समान्तर हैं। (२)

प्र. १०. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{e^x(1+x)dx}{\sin^2(xe^x)}$ (२)

प्र. ११. समय t पर बिंदुकण का विस्थापन $s = 2t^3 - 5t^2 + 4t - 3$ से दिया गया है। यदि त्वरण 14 ft/sec^2 है, तो समय ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. १२. ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \sin 2x} dx$ (२)

प्र. १३. X के लिए संभाव्यता वितरण निम्नलिखित है :

$X = x$	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

ज्ञात कीजिए : (अ) k

(ब) $P(X < 2)$ (२)

प्र. १४. $r \frac{dr}{d\theta} + \cos \theta = 5$ का $r = \sqrt{2}$ तथा $\theta = 0$ के लिए विशेष हल (particular solution) ज्ञात कीजिए। (२)

विभाग - क

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए :

[२४]

प्र. १५. ΔABC में यदि $a \cos A = b \cos B$ तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज या तो समकोण है या समद्विबाहु है। (३)

प्र. १६. क्या $A(1, -1, 1)$, $B(-1, 1, 1)$, $C(1, 1, 1)$ तथा $D(2, -3, 4)$ एक प्रतलीय हैं? उचित तर्क देकर उत्तर दीजिए। (३)

प्र. १७. $(\tan^2 \theta + \cos^2 \theta)x^2 - 2xy \tan \theta + (\sin^2 \theta)y^2 = 0$ से, दर्शाई गई रेखाओं के ढाल (slopes) में अंतर ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. १८. बिंदु $(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए यदि रेखा सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के लंबवत् है। (३)

प्र. १९. माना \bar{a} और \bar{b} अरैखिक (non-collinear) सदिश हैं। यदि \bar{r} , \bar{a} तथा \bar{b} के साथ प्रतलीय हैं तो सिद्ध कीजिए कि अद्वितीय अदिश t_1 और t_2 इस प्रकार हैं कि $\bar{r} = t_1 \bar{a} + t_2 \bar{b}$ अतः $\bar{r} = \hat{i} + \hat{j}$, $\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j}$, $\bar{b} = \hat{i} - 2\hat{j}$ के लिए t_1 तथा t_2 का मान ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. २०. $x + 2y + 3z + 4 = 0$ तथा $4x + 3y + 2z + 1 = 0$, प्रतलों के प्रतिच्छेदन से गुजरने वाले तथा मूल बिंदु से गुजरने वाले प्रतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. २१. $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $y = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{3-x}{3+x}} \right)$ (३)

प्र. २२. $f(x) = x^3 + 5x^2 - 2x + 3$ के लिए $x = 1.98$ पर सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (३)

प्र. २३. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin(x+a)}{\cos(x-b)} dx$ (३)

प्र. २४. अवकल समीकरण हल कीजिए : $dr + (2r \cot \theta + \sin 2\theta) d\theta = 0$ (३)

प्र. २५. माना $X \sim B(10, 0.2)$, तो ज्ञात कीजिए
(अ) $P(X = 1)$
(ब) $P(X \geq 1)$ (३)

प्र. २६. यादृच्छय चर (r.v.) X के लिए अपेक्षित मूल्य (expected value), विचरण (variance) तथा मानक विचलन (standard deviation) ज्ञात कीजिए, यदि p.m.f. निम्नलिखित है :

$X = x$	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

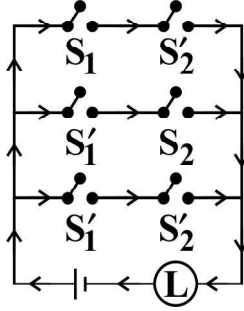
(३)

विभाग - ड

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए :

[२०]

- प्र. २७. निम्न परिपथ का पर्यायी (alternative) परिपथ दीजिए जिससे कि नए परिपथ में कम-से-कम स्विच हों :



(४)

- प्र. २८. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो सहखंडज विधि (adjoint method) से A^{-1}

ज्ञात कीजिए।

(४)

- प्र. २९. ΔABC में, D तथा E क्रमशः BC तथा AC पर स्थित बिंदु हैं जिससे कि $BD = 2DC$ तथा $AE = 3EC$. माना AD तथा BE का प्रतिच्छेदन बिंदु P है

तो सदिश पद्धति का उपयोग करके अनुपात $\frac{BP}{PE}$ ज्ञात कीजिए।

(४)

- प्र. ३०. कोई कंपनी दो प्रकार के उत्पादों A तथा B का उत्पादन करती है। इन उत्पादनों पर प्रति इकाई (per unit) क्रमशः ₹3 तथा ₹4 का लाभ प्राप्त होता है। प्रत्येक उत्पादन को दो मशीनों M_1 तथा M_2 से गुजरना पड़ता है। उत्पादन A को मशीन M_1 में एक मिनट तथा M_2 में दो मिनट का प्रक्रिया समय लगता है जबकि B को M_1 में एक मिनट तथा M_2 में एक मिनट का प्रक्रिया समय लगता है।

किसी भी कामकाजी दिन पर मशीन M_1 अधिकतम 450 मिनट तथा M_2 , 600 मिनट उपयोग में लाई जा सकती है, तो अधिकतम लाभ के लिए A तथा B की कितनी यूनिटों का निर्माण करना होगा उसकी गणना कीजिए।

(४)

प्र. ३१. यदि $y = f(u)$, यह u का अवकलनीय फलन है तथा $u = g(x)$, यह x का अवकलनीय फलन है, इस तरह कि संयुक्त फलन $y = f[g(x)]$ यह x का अवकलनीय फलन है तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}, \text{ अतः } \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{\sin x}} \right) \text{ ज्ञात कीजिए।} \quad (४)$$

प्र. ३२. ज्ञात कीजिए : $\int x^2 \sin 3x dx$ (४)

प्र. ३३. सिद्ध कीजिए :

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \text{ यदि } f \text{ समफलन है।}$$

$$= 0 \quad , \text{ यदि } f \text{ यह विषम फलन है।}$$

$$\text{अतः } \int_{-1}^1 \tan^{-1} x dx \text{ का मान ज्ञात कीजिए।} \quad (४)$$

प्र. ३४. दीर्घ वृत्त (ellipse) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल (area) ज्ञात कीजिए।

$$\text{अतः } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \text{ का क्षेत्रफल लिखिए।} \quad (४)$$

