

DAY — 08

SEAT NUMBER

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

2025 VII 03

1100

J-387

(H)

**MATHEMATICS & STATISTICS (40)**  
**(ARTS & SCIENCE)**

Time : 3 Hrs.

(8 Pages)

Max. Marks : 80

**सामान्य सूचनाएँ :**

प्रश्न पत्र को चार विभागों में विभाजित किया गया है।

(१) **विभाग अ :** प्रश्न क्रमांक १ में आठ बहुविकल्पीय प्रकार के उपप्रश्न हैं। प्रत्येक को दो अंक दिए गए हैं।

प्रश्न क्रमांक २ में चार अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक को एक अंक दिया गया है।

(२) **विभाग ब :** प्रश्न ३ से १४ तक बारह लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को दो अंक दिए गए हैं। (किन्हीं आठ प्रश्नों को हल करना है।)

(३) **विभाग क :** प्रश्न १५ से २६ तक बारह लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को तीन अंक दिए गए हैं। (किन्हीं आठ प्रश्नों को हल करना है।)

(४) **विभाग ड :** प्रश्न २७ से ३४ तक आठ दीर्घउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को चार अंक दिए गए हैं। (किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल करना है।)

(५) लॉग सारिणी का उपयोग किया जा सकता है। परिगणक (calculator) का उपयोग नहीं किया जा सकता।

(६) दाहिनी ओर दिए गए अंक प्रश्नों के पूर्णांक हैं।

- (७) आलेख पत्र का उपयोग अनिवार्य नहीं है। सिर्फ कच्ची आलेख आकृति अपेक्षित है।
- (८) बहुविकल्पीय प्रश्नों के मूल्यांकन हेतु केवल प्रथम प्रयास ही ग्राह्य माना जाएगा।
- (९) प्रत्येक नए विभाग के प्रश्नों का उत्तर नए पन्नों से प्रारंभ कीजिए।

## विभाग - अ

प्र. १. प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनकर प्रश्न का उत्तर लिखिए : [ १६ ]

- (i) कथन नमूना  $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$  का प्रतिलोम (inverse) होगा।
- (a)  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- (b)  $\sim (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
- (c)  $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
- (d)  $(\sim p \vee \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$  (२)
- (ii)  $\Delta ABC$  में, यदि  $a=2, b=3$  और  $\sin A = \frac{2}{3}$  है तो  $\angle B =$  \_\_\_\_\_
- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{3}$
- (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{6}$  (२)
- (iii) यदि  $\overline{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$  और आरंभिक बिंदु (initial point)  $A \equiv (1, 5, 0)$  तब अंतिम बिंदु (terminal point)  $B =$  \_\_\_\_\_ है।
- (a) (1, 3, 7)
- (b) (7, 3, 1)
- (c) (1, 7, 3)
- (d) (3, 1, 7) (२)

- (iv) रेखाएँ  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$  तथा  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$  के बीच स्थित कोण (angle) \_\_\_\_\_ है।
- (a)  $\frac{\pi}{4}$   
 (b)  $\frac{\pi}{2}$   
 (c)  $\frac{\pi}{3}$   
 (d) 0 (२)
- (v) यदि  $y$  यह  $x$  का फलन है और  $\log(x + y) = xy$  तब, जब  $x = 0$  हो तो  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$  का मान \_\_\_\_\_ होगा।
- (a) 1 (b) -1  
 (c) 2 (d) 0 (२)
- (vi) यदि  $t$  समय पर कण का विस्थापन (displacement)  $S = 2t^3 - 5t^2 + 4t - 3$ , द्वारा दिया जाता है, तो समय  $t = 1$  पर इसका त्वरण (acceleration) \_\_\_\_\_ होगा।
- (a) 2 (b) 8  
 (c) 10 (d) 14 (२)
- (vii) अवकल समीकरण (D.E.)  $\sec^2 x \cdot \tan y dx + \sec^2 y \cdot \tan x dy = 0$  का हल (solution) \_\_\_\_\_ है।
- (a)  $\tan x \cdot \cot y = c$   
 (b)  $\cot x - \cot y = c$   
 (c)  $\tan x \cdot \tan y = c$   
 (d)  $\cot x - \tan y = c$  (२)

- (viii) यदि  $X$  एक बस के लिए मिनट में प्रतीक्षा समय है और इसका संभाव्यता घनत्व फलन (p.d.f.) निम्नलिखित दिया गया है :

$$f(x) = \frac{1}{5}; 0 \leq x \leq 5 \text{ के लिए}$$

$$= 0; \text{ अन्यथा (otherwise)}$$

तब 1 और 3 के बीच प्रतीक्षा समय की प्रायिकता (probability) \_\_\_\_\_ है।

- (a)  $\frac{1}{5}$  (b)  $\frac{2}{5}$   
 (c)  $\frac{3}{5}$  (d)  $\frac{4}{5}$  (२)

प्र. २. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए : [ ४ ]

- (i)  $\tan \theta = 0$  का व्यापक हल (general solution) ज्ञात कीजिए। (१)  
 (ii) सदिश  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 7\hat{k}$  का परिमाण (magnitude) ज्ञात कीजिए। (१)  
 (iii) यदि  $y = \sin(\log x)$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। (१)  
 (iv) ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$  (१)

### विभाग - ब

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए : [ १६ ]

- प्र. ३. सत्यता सारणी (truth table) का उपयोग करके सिद्ध कीजिए :  
 $\sim p \wedge q \equiv (p \vee q) \wedge \sim p$  (२)
- प्र. ४. आव्यूह  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  के अवयवों (elements) के सहखंडों (cofactors) को ज्ञात कीजिए। (२)
- प्र. ५. जिस बिंदु के कार्तीय निर्देशांक (cartesian coordinates)  $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  हैं, उस बिंदु के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (२)

- प्र. ६.  $\Delta ABC$  में; यदि  $a = 2, b = 3, c = 4$  तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज अधिक कोण (obtuse angle) है। (२)
- प्र. ७. यदि  $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}, \vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ , तब  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  का मान ज्ञात कीजिए। (२)
- प्र. ८. उस समतल (plane) का कार्तीय (cartesian) समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिंदु  $A(-1, 2, 3)$  से जाता है और अभिलंब (normal) के दिक् अनुपात (direction ratios)  $0, 2, 5$  हैं। (२)
- प्र. ९. यदि  $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = a\sqrt{a}$  तब  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। (२)
- प्र. १०. सिद्ध कीजिए कि वक्र (curve)  $y = x^3 - 6x^2 + x + 3$  की स्पर्श रेखा (tangent) बिंदु  $(0, 3)$  पर रेखा  $y = x + 5$  के समानांतर (parallel) है। (२)
- प्र. ११. जाँच कीजिए कि, क्या फलन  $f(x) = x^2 - 4x + 3, x \in [1, 3]$ ; रोले के प्रमेय Rolle's theorem की शर्तों (conditions) को संतुष्ट (satisfied) करती है? (२)
- प्र. १२. मान ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{dx}{x + x^{-10}}$  (२)
- प्र. १३. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{-1} e^{-x} dx$  (२)
- प्र. १४. यदि  $X \sim B(n, p)$  और  $E(X) = 6, Var(X) = 4.2$ , तब  $n$  और  $p$  का मान ज्ञात कीजिए। (२)

## विभाग - क

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए :

[ २४ ]

- प्र. १५.  $\Delta ABC$  में सिद्ध कीजिए :  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  (३)
- प्र. १६. युग्म रेखाओं (a pair of lines) का संयुक्त समीकरण (combined equation) ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $(2, 3)$  से गुजरती हैं और रेखाओं  $3x + 2y - 1 = 0$  तथा  $x - 3y + 2 = 0$  के लंबवत् (perpendicular) हैं। (३)

- प्र. १७. यदि समीकरण  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  से निरूपित रेखाओं के बीच स्थित न्यून कोण (acute angle)  $\theta$  है तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan \theta = \left| \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b} \right| \quad (३)$$

- प्र. १८. सदिश विधि (vector method) द्वारा सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज की माध्यिकाएँ (medians) संगामी (concurrent) होती हैं। (३)

- प्र. १९. उस समतल (plane) का सदिश समीकरण (vector equation) ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $A(-1, 2, -5)$  से होकर गुजरता है और सदिशों  $4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  के समांतर (parallel) है। (३)

- प्र. २०. रेखाओं  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  और  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$  के बीच न्यूनतम दूरी (shortest distance) ज्ञात कीजिए। (३)

- प्र. २१. आधार त्रिज्या (base radius) ३ मीटर वाले बेलनाकार बर्तन (cylindrical vessel) में  $27 \text{ मी}^3/\text{sec}$  ( $27 \text{ m}^3/\text{sec}$ ) की दर से पानी डाला जा रहा है। उस दर (rate) को ज्ञात कीजिए जिस पर जलस्तर बढ़ रहा है। (३)

- प्र. २२. मान ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{\sin(x+a)}{\cos(x-b)} dx$  (३)

- प्र. २३. अवकल समीकरण (differential equation)  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3 - 3$  का हल ज्ञात कीजिए। (३)

- प्र. २४. स्वेच्छ अचरों (arbitrary constants) को विलुप्त करते हुए समीकरण  $y = c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)$  का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। (३)

- प्र. २५.  $X$  का प्रायिकता बंटन (probability distribution) नीचे दिया गया है :

|          |     |     |      |      |     |
|----------|-----|-----|------|------|-----|
| $x$      | 0   | 1   | 2    | 3    | 4   |
| $P[X=x]$ | 0.1 | $k$ | $2k$ | $2k$ | $k$ |

ज्ञात कीजिए :

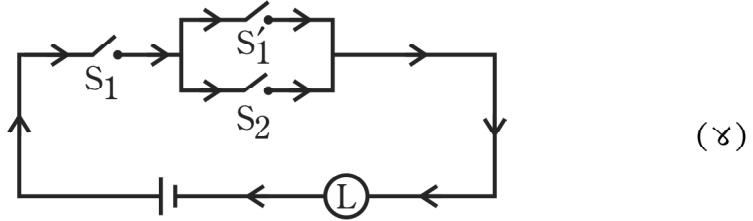
- (i)  $k$     (ii)  $P(X < 2)$     (iii)  $P[1 \leq X < 4]$  (३)

- प्र. २६. एक बहुविकल्पीय परीक्षा में पाँच प्रश्नों में से प्रत्येक प्रश्न के लिए तीन संभावित उत्तर दिए गए हैं। एक उम्मीदवार को केवल अनुमान लगाने से चार सही उत्तर मिलने की प्रायिकता (probability) ज्ञात कीजिए। (३)

## विभाग - ड

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए : [ २० ]

- प्र. २७. निम्नलिखित स्विचिंग परिपथ के लिए एक वैकल्पिक समकक्ष सरल परिपथ (alternative equivalent simple circuit) तैयार कीजिए :



- प्र. २८. तीन संख्याओं का योग (sum) 2 है। यदि दूसरी संख्या के दो गुना को पहली और तीसरी संख्या के योग में जोड़ा (added) जाता है, तो हमें 0 (शून्य) मिलता है। पहली संख्या के पाँच गुना को दूसरी और तीसरी संख्या के योग के दोगुने में जोड़ने पर हमें 7 प्राप्त होता है। आव्यूह का उपयोग करके संख्याओं को ज्ञात कीजिए। (४)

- प्र. २९. अदिश त्रिक गुणनफल (scalar triple product) के गुणधर्म (properties) का उपयोग करके सिद्ध कीजिए :  

$$[\bar{a} + \bar{b} \quad \bar{b} + \bar{c} \quad \bar{c} + \bar{a}] = 2[\bar{a} \quad \bar{b} \quad \bar{c}]$$
 (४)

- प्र. ३०. आलेख पद्धति (graphical method) का उपयोग करके निम्नलिखित L.P.P. को हल कीजिए :  
 अधिकतम कीजिए :  $z = 9x + 13y$   
 शर्तें :  $2x + 3y \leq 18,$   
 $2x + y \leq 10$   
 $x \geq 0, y \geq 0$  (४)

प्र. ३१. यदि  $x = f(t)$  और  $y = g(t)$ ,  $t$  के अवकलनीय फलन (differentiable function) हैं अतः  $y, x$  का एक फलन है और  $\frac{dx}{dt} \neq 0$  तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)}$$

अतः यदि  $y = at^2$  और  $x = 2at$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। (४)

प्र. ३२. सिद्ध कीजिए :  $\int \sqrt{a^2 - x^2} \cdot dx = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \cdot \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$  (४)

प्र. ३३. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(1-2x^2) \cdot \sqrt{1-x^2}}$  (४)

प्र. ३४. परवलयों (parabolas)  $y^2 = 4x$  एवं  $x^2 = 4y$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (area) ज्ञात कीजिए। (४)

