DAY — 08 SEAT NUMBER | | | | | | |

2025 | VII | 03 | 1100 | **J-390** | (H)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(16 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना : *(१) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।*

(२) यहाँ ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।

(३) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।

(४) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।

(५) रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) और समय शृंखला (Time series) प्रश्नों के लिए कच्ची आकृति अपेक्षित है, आलेख पत्र आवश्यक नहीं है।

(६) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।

(७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न के लिए (प्रश्न १ और प्रश्न-४) केवल पहले प्रयास का ही गुणदान किया जाएगा।

विभाग - १

प्र. १. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (६) **[१२]**

(i) व्यूह $B=\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & -4 \\ P & 4 & 0 \end{bmatrix}$ यह तिरछा सममित व्यूह (Skew Symmetric Matrix) है तो P का मान ——

(अ) 1

(ब) -1

(क) 0

(ड) -3

(ii) यदि $y=e^{\log x}$ तो $\frac{dy}{dx}=$ ——

(अ) $\frac{1}{x}$

(ब) $\frac{1}{2}$

(क) $\frac{e^{\log x}}{x}$

(ड) 0

(iii) $\int(1-x)^{-3}dx=$ ——

(अ) $\frac{1}{2}(1-x)^{-2}+c$

(ब) $\frac{1}{2}(1+x)^{-2}+c$

(क) $\frac{1}{2}(1-x)^{-2}+\frac{x}{2}+c$

(ड) $\frac{1}{2}(1-x)^{-2}-\frac{x}{2}+c$

(iv) यदि $\int_0^a 3x^2 dx = 8$ तो $a =$ ———

(अ) 0

(ब) 2

(क) 8

(ड) $\frac{4}{3}$

(v) वक्र $y = x^2$, X-अक्ष तथा रेखाओं $x = 1$ और $x = 3$ से बंदिस्त (Bounded) क्षेत्र का क्षेत्रफल ——— है।

(अ) $\frac{3}{26}$ वर्ग इकाई

(ब) 3 वर्ग इकाई

(क) 26 वर्ग इकाई

(ड) $\frac{26}{3}$ वर्ग इकाई

(vi) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = a^x$ की क्रम तथा घात (order and degree) ——— हैं।

(अ) 1, 1

(ब) 1, 2

(क) 2, 1

(ड) 2, 2

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) $(p \wedge \sim q) \vee t$ का द्वैत (dual) $(p \vee \sim q) \vee c$ है।

(ii) $\int \frac{x-1}{(x+1)^3} e^x dx = e^x \cdot f(x) + c$ जहाँ $f(x) = (x+1)^2$

(iii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ का एकीकृत कारक (I.F.) e^x है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) ''कुछ पुरुष जानवर हैं'' का नकारात्मक वाक्य (negation) ——— ।

(ii) यदि औसत राजस्व (average revenue) 45 है तथा माँग की लोच (elasticity of demand) 3 है, तो सीमांत राजस्व (marginal revenue) ——— होगा।

(iii) $\int \frac{10x^9 + 10^x \cdot \log 10}{10^x + x^{10}} dx$ के मान के लिए उचित प्रतिस्थापन (proper substitution) ——— होगा।

प्र. २. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं <u>दो</u> उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**
(प्रत्येक ३ अंक) : (६)

(i) निम्नलिखित विधान बंध (statement pattern) की पुनरुक्ति (tautology), विरुद्ध भाव (contradiction) या आकस्मिकता (contingency) की जाँच कीजिए।

$[(p \wedge q) \vee (\sim p)] \vee [p \wedge (\sim q)]$

(ii) यदि $y = (\log x)^x + x^5$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(iii) परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ तथा रेखा (line) $x = 3$ से घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं <u>दो</u> उपप्रश्नों को हल कीजिए
(प्रत्येक ४ अंक) : (८)

(i) यदि एक व्यक्ति की आय (income) I के साथ व्यय (expenditure) $E_c = (0.0003)\ I^2 + (0.075)I$ दिया है जहाँ $I = 1000$ तो MPC, MPS, APC, APS ज्ञात कीजिए।

(ii) अवकल समीकरण (differential equation) को हल कीजिए:

$$x^2 \cdot y\, dx - (x^3 + y^3) \cdot dy = 0$$

(iii) निम्नलिखित समीकरणों को व्यूह रूप (matrix form) में लिखिए तथा लघुकरण विधि (method of reduction) से हल कीजिए:

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x + 3y - z = 11$$

$$3x - y - 2z = 5$$

प्र. ३. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**
(प्रत्येक ३ अंक) : (६)

(i) निम्नलिखित कथन का विलोम (converse), प्रतिलोम (inverse) तथा वैषम्य (contrapositive) विधान लिखिए:
''यदि कोई पुरुष अविवाहित है तो वह खुश है।''

(ii) संलग्न विधि (adjoint method) से प्रतिलोम (inverse) ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

(iii) यदि $x^5 \cdot y^7 = (x+y)^{12}$ तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए
(प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \cdot e^{3x} dx$$

(ii) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 \frac{\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt[3]{x+6}+\sqrt[3]{11-x}}dx$$

(क) निम्नलिखित में से किसी <u>एक</u> कृति (activity) को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

(i) x का मान ज्ञात कीजिए जब $f(x)$ यह बढ़ता हुआ फलन (increasing function) है।

$f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 144x - 7$

हल :

दिया गया : $f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 144x - 7$

$\therefore\ f'(x) = 6x^2 - 30x - 144$

अब, $f'(x) > 0$, $f(x)$ यह बढ़ रहा है।

$\therefore\ 6x^2 - 30x - 144 > 0$

$\therefore\ x^2 - 5x - 24 > 0$

$\therefore\ (x-8)(x+3) > 0$

शर्त I : $x - 8 > 0$ तथा $x + 3 > 0$

$x > 8$ तथा $x > -3$

$\therefore x >$ ☐

शर्त II : $x - 8 < 0$ तथा $x + 3 < 0$

$x < 8$ तथा $x < -3$

$\therefore x <$ ☐

$\therefore\ f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 144x - 7$

यह बढ़ रहा है अगर और केवल अगर **(if and only if)** $x \in (-\infty,$ ☐$)$

और $x \in ($☐$, \infty)$

(ii) निम्नलिखित अवकल समीकरण (differential equation) हल कीजिए तथा विशेष समाधान (particular solution) ज्ञात कीजिए जब $x = 0, y = 1$ हो।

$$y^3 - \frac{dy}{dx} = x\frac{dy}{dx}$$

हल :

$$y^3 = x\frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \quad y^3 = (x+1)\square$$

$$\therefore \quad (x+1)\,dy = y^3 dx$$

चरों को अलग करके (separating the variables), हमें प्राप्त हुआ

$$\frac{1}{y^3}dy = \frac{1}{x+1}\cdot dx$$

अब, समाकलन (integrating) से हमें प्राप्त हुआ

$$\therefore \quad \int \frac{1}{y^3}\cdot dy = \int \frac{1}{x+1}\cdot dx$$

$$\therefore \quad -\frac{1}{2y^2} = \square + c \qquad \text{....(I)}$$

यही आवश्यक सामान्य समाधान (general solution) है

समीकरण (I) में $x = 0, y = 1$ रखकर,

$$-\frac{1}{2(1)^2} = \log|0+1| + c$$

$$\therefore \quad \square = c$$

$$\therefore \quad -\frac{1}{2y^2} = \square - \frac{1}{2}$$

यह विशेष समाधान (particular solution) है।

विभाग - २

प्र. ४. **(अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (६) **[१२]**

(i) देय राशि (sum due) को ——— भी कहते हैं।

(अ) सच्ची छूट (true discount)

(ब) अंकित मूल्य (face value)

(क) वर्तमान मूल्य (present value)

(ड) नकद मूल्य (cash value)

(ii) बीमा (insurance) के विभिन्न प्रकार निम्नलिखित हैं :

(I) जीवन बीमा (Life insurance)

(II) स्वास्थ्य बीमा (Health insurance)

(III) दायित्व बीमा (Liability insurance)

(अ) केवल II

(ब) केवल III

(क) केवल I

(ड) उपर्युक्त सभी

(iii) $\left| b_{xy} + b_{yx} \right| \geq$ ———

(अ) $2\ |r|$

(ब) $2r$

(क) r

(ड) $|r|$

(iv) यदि $P_{01}(L) = 120.4$ तथा $P_{01}(P) = 130.6$ तब $P_{01}(D-B)$ का मान ——— है।

(अ) 25.1

(ब) 60.2

(क) 125.5

(ड) 65.3

(v) $F(x)$ असतत यादृच्छिक चर (discrete r.v.) X पर संचयी वितरण फलन (c.d.f) है जिसका वितरण (distribution) निम्नानुसार है:

X_i	–2	–1	0	1	2
P_i	0.2	0.3	0.15	0.25	0.1

तो $F(-3) =$ ———

(अ) 1

(ब) 0.2

(क) 0.15

(ड) 0

(vi) एक सतत यादृच्छिक चर X का संभाव्यता वितरण फलन दिया गया है:

$f(x) = \frac{x^2}{3}$, के लिए $-1 < x < 2$

$= 0$ अन्यथा

तो $F(1) =$ ———

(अ) $\frac{3}{9}$ (ब) $\frac{4}{9}$

(क) $\frac{1}{9}$ (ड) $\frac{2}{9}$

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) बैंकर की छूट (banker's discount) को व्यावसायिक छूट (commercial discount) भी कहते हैं।

(ii) LPP के वस्तुनिष्ठ फलन (objective function) का इष्टतम मान (optimum value) संभव क्षेत्र (feasible region) के केंद्र में होता है।

(iii) यदि $E(X) > \text{Var}(X)$ तो X यह द्विपद वितरण (binomial distribution) है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) असमानता (inequality) $y \leq 0$ द्वारा दर्शाया गया क्षेत्र —— चतुर्थांश (quadrant) में स्थित होता है।

(ii) चार पुस्तकें A, B, C, D की छपाई (printing) के लिए आवश्यक समय 5, 8, 10 तथा 7 घंटे हैं जबकि इनकी जानकारी प्रविष्टि (data entry) करने हेतु क्रमशः 7, 4, 3 तथा 6 घंटों की आवश्यकता है। न्यूनतम कुल उपयोगी समय (minimized total elaspsed time) का उचित क्रम (sequence) —— है।

(iii) यदि X में प्राचल (parameter) m के साथ पॉयसन वितरण (Poisson distribution) है तथा $P(X = 3) = P(X = 4)$ तो m= ——

प्र. ५. **(अ)** निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **[१४]**

(i) कोई व्यक्ति अपनी सेवानिवृत्ति (retirement) के समय 4 साल बाद ₹ 6,96,150 की पूँजी (fund) बनाना चाहता है। वह बैंक में प्रत्येक वर्ष के अंत में एक निश्चित राशि (fixed amount) का निवेश (invest) करने का फैसला करता है जो उसे 10% चक्रवृद्धि का वार्षिक रूप से (compound annually) ब्याज प्रदान करता है तो उन्हें कितनी राशि प्रत्येक वर्ष निवेश (invest) करनी चाहिए?

[दिया गया : $(1.1)^4 = 1.4641$]

(ii) विज्ञापन व्यय (advertising expenditure) और बिक्री के बारे में निम्नलिखित जानकारी दी गई है:

	विज्ञापन व्यय (₹ लाखों में) (X)	**बिक्री (₹ लाखों में) (Y)**
अंकगणित औसत (arithmetic mean)	10	90
मानक विचलन (standard deviation)	3	12

X तथा Y के मध्य का सहसंबंध गुणांक (correlation coefficient) 0.8 है:

(i) X पर Y का प्रतिगमन (regression) ज्ञात कीजिए।

(ii) संभावित बिक्री (sales) क्या है, जब विज्ञापन व्यय आय पत्र (budget) ₹ 15 लाख हो?

(iii) निम्नलिखित जानकारी के लिए यदि जीवन निर्वाह व्यय सूचकांक (cost of living index) का मान 200 हो तो y ज्ञात कीजिए:

समूह	**खाना**	**कपड़े**	**ईंधन एवं बिजली**	**घरभाड़ा**	**विविध**
I	180	120	160	300	200
W	4	5	3	y	2

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

(i) 19 जनवरी, 2015 को 8 महीने के लिए ₹ 5,475 राशि का बिल 28 फरवरी, 2015 को 8% प्रतिवर्ष ब्याज से भुगतान किया गया था। बैंकर की छूट क्या होगी? बिल का नकद मूल्य क्या होगा?

(ii) निम्नलिखित सारणी सभी भारतीय शिशुओं की मृत्यु दर (प्रति '000) वर्ष 1980 से 1986 को दर्शाती है:

वर्ष	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
IMR	10	6	5	3	3	1	0

उपयुक्त जानकारी के लिए कम-से-कम वर्ग विधि (least squares method) से प्रवृत्ति रेखा खींचे (trend line)।

(iii) चार नए M_1, M_2, M_3 तथा M_4 यंत्र (machine) दुकान में स्थापित करने हैं। वहाँ पर पाँच खाली जगह A, B, C, D, E उपलब्ध हैं क्योंकि सीमित स्थान उपलब्धता के कारण, यंत्र M_2 को C के स्थान पर नहीं रखा जा सकता है तथा M_3 को A के स्थान पर नहीं रखा जा सकता है। लागत मैट्रिक्स (cost matrix) नीचे दिया गया है:

यंत्र	जगह				
	A	***B***	***C***	***D***	***E***
M_1	4	6	10	5	6
M_2	7	4	–	5	4
M_3	–	6	9	6	2
M_4	9	3	7	2	3

इष्टतम स्वत्वार्पण अनुसूची (optimal assignment schedule) ज्ञात कीजिए।

प्र. ६. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए **[१४]**
(प्रत्येक ३ अंक): (६)

(i) निम्नलिखित समय शृंखला (time series) के लिए 4 वार्षिक

केंद्रित चलित औसत (4-yearly centered moving averages) प्राप्त कीजिए :

वर्ष	1981	1982	1983	1984	1985	1986
अपराधों की संख्या ('000)	40	42	43	42	44	44
वर्ष	1987	1988	1989	1990	1991	
अपराधों की संख्या ('000)	43	46	47	45	46	

(ii) निम्नलिखित जानकारी के लिए वाल्श मूल्य सूचकांक संख्या (Walsh's price index number) ज्ञात कीजिए :

वस्तुएँ	आधार वर्ष (Base Year)		वर्तमान वर्ष (Current Year)	
	कीमत Price	मात्रा Quantity	कीमत Price	मात्रा Quantity
L	4	8	3	2
M	6	16	8	9
N	8	18	7	32

(iii) एक पासे की जोड़ी 3 बार उछाली गई। यदि नकल (doublet) मिलती है तो एक सफलता (success) मानी जाती है तो दो सफलताओं की संभावना ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) दो प्रतिगमन रेखाओं (regression lines) के समीकरण $8x-10y+66=0$ तथा $40x-18y=214$ हैं।
ज्ञात कीजिए :
(अ) X तथा Y के औसत (mean) मान

(ब) X तथा Y के मध्य का सहसंबंध गुणांक (correlation coefficient)

(ii) महत्तम कीजिए (maximize) : $z = 60x + 50y$

शर्तें : $x + 2y \leq 40$

$3x + 2y \leq 60$

$x \geq 0, y \geq 0$

(क) निम्न में से किसी एक कृति को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

(i) निम्नलिखित कार्यों को यंत्र A तथा यंत्र B इस अनुक्रम से पूर्ण किया गया है। प्रत्येक कार्य का प्रत्येक यंत्र पर लगनेवाला समय दिया गया है। कार्यों का इष्टतम अनुक्रम ज्ञात कीजिए तथा कुल बीता हुआ समय ज्ञात कीजिए। उसी प्रकार दोनों यंत्रों का निष्क्रिय समय ज्ञात कीजिए :

कार्य	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**
यंत्र A	7	16	19	10	14	15	5
यंत्र B	12	14	14	10	16	5	7

हल :

इष्टतम अनुक्रम अल्गोरिथम (optimal sequence algorithm) के उपयोग से निम्नलिखित अनुक्रम मिल सकता है :

□	□	IV	V	III	□	□

कुल बीता हुआ समय निम्नानुसार है :

कार्य	यंत्र A		यंत्र B	
	आने का समय	जाने का समय	आने का समय	जाने का समय
□	0	5	5	12
□	5	12	12	24
IV	12	22	24	34
V	22	36	36	52
III	36	55	55	69
□	55	71	71	85
□	71	86	86	91

कुल बीता हुआ समय T = 91 इकाई

यंत्र A का निष्क्रिय समय = □ इकाई

यंत्र B का निष्क्रिय समय = □ इकाई

(ii) X का संभाव्यता वितरण (probability distribution) निम्न है:

x	0	1	2	3	4
$P[X = x]$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

ज्ञात कीजिए :

(a) k (b) $P(X > 2)$ (c) $P(1 < X \leq 4)$

हल :

सारणी में संभाव्यता वितरण दिया गया है तथा इसलिए

$\Sigma P(X = x) = 1$

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$
$$+P(X=3)+P(X=4)=1$$

$$0.1+k+2k+2k+k=1$$

$$6k=1-0.1$$

$$6k=0.9$$

$$k=\square$$

$$P(X>2)=P(X=3)+P(X=4)$$

$$=2k+k$$

$$=\square$$

$$P(1<X\leq 4)=P(X=\square)+P(X=3)+P(X=4)$$

$$=\square+2k+k$$

$$=0.75$$

◆◆◆